UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

PENSAMIENTO VARIACIONAL EN PRIMARIA

Tareas para orientar el trabajo en el aula

Laura Cristina Ciro Echeverry

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Medellín, Colombia
2019

PENSAMIENTO VARIACIONAL EN PRIMARIA

Tareas para orientar el trabajo en el aula

Laura Cristina Ciro Echeverry

Trabajo final de maestría presentado como requisito parcial para optar al título de:

Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director:

Dr. Gilberto de Jesús Obando Zapata

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Medellín, Colombia
2019

Dedicatoria

Con todo mi amor a mi familia y a mi novio que confiaron en mis capacidades y me apoyaron en este propósito, por su paciencia y tolerancia en estos dos años de camino.

Agradecimientos

A mi director, Gilberto de Jesús Obando, que con su colaboración, entrega y paciencia hizo posible la realización de esta Propuesta.

Al Colegio de la Compañía de María- La Enseñanza y a la Madre Beatriz Acosta por facilitarme el espacio y la oportunidad para aplicar este Trabajo Final de Maestría.

Resumen

En el presente documento presento un informe sobre una propuesta que indagó acerca de cómo la implementación de unas tareas en el aula de clase posibilitó el fortalecimiento del Pensamiento Variacional específicamente en el grado Cuarto del Colegio de la Compañía de María- La Enseñanza.

Al abordar estas tareas en el aula se buscó:

- Relacionar los procesos de generalización, identificación de patrones y regularidades como primer peldaño para fortalecer este pensamiento en la básica primaria.
- Modelar situaciones que permitan una mejor comprensión de los conceptos.
- Desarrollar las competencias de comunicación, de razonamiento y de resolución.

Para el análisis, usé como referente conceptual la metodología basada en problemas, enfaticé en la participación, en el trabajo en equipo y en la posibilidad de establecer diferentes caminos en la solución de una situación.

Como resultado final se observó un crecimiento en cuanto a la competencia propositiva y una apertura en cuanto a la resolución de problemas y aplicación de conceptos matemáticos en los mismos.

Palabras Clave: Pensamiento Variacional, Tarea, Generalización, Patrones y regularidades, Comunicación, Razonamiento y Resolución.

Abstract

With this document I am presenting a report on a proposal that inquired about how the implementation of some tasks in the classroom allowed the strengthening of Variational Thought specifically in the Fourth grade of the School La Compañia de María “La Enseñanza”

When addressing these tasks in the classroom, we sought:

- Relate the processes of generalization, identification of patterns and regularities as the first step to strengthen this thinking in elementary school.

- Model situations that allow a better understanding of the concepts.

- Develop communication, reasoning and resolution skills.

For the analysis, I used the problem-based methodology as a conceptual reference, I emphasized participation, teamwork and the possibility of establishing different paths in the solution of an issue.

As a final result, there was a growth in terms of purposeful competition and an opening in terms of problem solving and application of mathematical concepts in them.

Keywords: Variational Thinking, Task, Generalization, Patterns and regularities, Communication, Reasoning and Resolution.

Contenido

Lista de Figuras

Lista de Tablas

Introducción

El manejo del Pensamiento Variacional en el grado Cuarto del Colegio de la Compañía de María- La Enseñanza se ha convertido en una dificultad debido al abordaje que se le ha dado en los primeros años de escolaridad, lo cual ha ocasionado el poco fortalecimiento de varias competencias propias de este Pensamiento.

Ahora bien, a partir de esta necesidad y de las observaciones llevadas a cabo en el aula, se considera necesario potenciar el trabajo en equipo y una cultura propositiva, lo cual es viable a través de la implementación de tareas matemáticas las cuales fortalezcan el Pensamiento variacional en las estudiantes del grado cuarto, específicamente en procesos de aritmética generalizada, patrones y regularidades.

Partiendo de lo anterior, el centro de las tareas se encuentra precisamente en consolidar procesos asociados a las competencias de comunicación, resolución y razonamiento, lo cual se observó como una de las falencias del grado.

Dada la revisión bibliográfica surge una idea entorno a la posibilidad por alcanzar esquemas asociados a la interpretación de problemas, variables, símbolos y lenguajes, como primer peldaño en la construcción de conceptos propios del pensamiento variacional los cuales apuntan al fortalecimiento del mismo, además de consolidar una base sólida para cuando las estudiantes se encuentra cursando grados superiores.

Surge entonces la importancia de desarrollar y fortalecer este pensamiento en la primaria; en palabras de Rojas y Vergel (2013) centrar en los primeros años de la educación básica lo que se puede llamar como el estudio de regularidades y patrones. En este caso, el pensamiento variacional es entendido como una forma de pensar matemáticamente en donde se da el primer paso para la construcción de conceptos fundamentales para la variación y el cambio.

Es importante aclarar que el interés de este trabajo se limita al reconocimiento del comportamiento que toman las estudiantes frente a situaciones particulares de variación y no llega hasta la construcción de esquemas formales del álgebra.

Frente a lo expuesto anteriormente, el presente Trabajo Final de Maestría describe procesos concernientes al pensamiento variacional en el ámbito de la matemática escolar y presenta a las estudiantes posibilidades de establecer relaciones entre este componente y su contexto.

Para dar explicación a lo mencionado, el presente documento será desarrollado bajo tres capítulos, de la siguiente manera:

En el primer capítulo se describe el problema evidenciado por las estudiantes del Colegio de la Compañía de María- La Enseñanza, surge la pregunta, el objetivo y el objeto de la investigación; esta descripción, se sustenta desde la revisión de la literatura y argumenta la necesidad de abordar el pensamiento variacional en la educación primaria.

En el segundo capítulo se aborda la metodología utilizada, los momentos implementados en el trabajo de campo, como las directrices que permearon los procesos emergentes en el fortalecimiento del Pensamiento variacional.

Y finalmente en el tercer capítulo se presenta el análisis de los hallazgos encontrados, las conclusiones y recomendaciones que emergieron de la incorporación de tareas en el proceso de fortalecimiento del pensamiento variacional y los elementos matemáticos destacados en las actividades con las estudiantes.

1. Capítulo I. Diseño Teórico

1.1 Selección y Delimitación del tema

Fortalecimiento del Pensamiento Variacional en estudiantes del grado cuarto de primaria a partir de tareas específicas de generalización, razonamiento, regularidades y patrones.

1.2 Planteamiento del Problema

1.2.1 Descripción del Problema

Ser maestro hoy implica una preocupación constante no sólo por el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes sino también un compromiso con la evaluación de las prácticas educativas y metodológicas.

En repetidas ocasiones los resultados obtenidos por los estudiantes no dan muestra de una comprensión de los diferentes conceptos, causándoles decepción, angustia y falta de motivación. Esta situación debe incentivar por cambiar las prácticas en las aulas de los maestros, puesto que de alguna manera, enseña un panorama no grato y poco gratificante.

Ahora bien, partiendo de estas dificultades, es importante mencionar la propuesta desde los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (1998) al pretender que el aprendizaje en contextos significativos debe partir de dos enfoques.

El primer enfoque es retomar el desarrollo de los cinco pensamientos (numérico, métrico, espacial, variacional y aleatorio) y el segundo el abordaje en el aula de procesos como la modelación, la comunicación, la resolución de problemas, el razonamiento y la ejercitación de procedimientos.

Bajo esta línea, Posada & otros (2006) establecen que el pensamiento variacional involucra los otros pensamientos, por lo que este debe ser el eje transversal que permitirá una construcción de pensamiento matemático para la vida, por el manejo tanto de la variación y del cambio.

Es por ello que la enseñanza de la matemática, en lo que respecta específicamente al pensamiento variacional, debe enfocarse no sólo en la memorización de fórmulas, sino también en la interpretación lógica y manejo coherente de las mismas.

Partiendo de lo anterior, un estudiante que da cuenta de lo aprendido no sólo en el aula de clase sino también en su diario vivir, es un estudiante que ha comprendido la utilidad de cada concepto para su vida, sintiéndose motivado en el aprendizaje de la asignatura y capaz de manejar las fórmulas en la solución de cualquier enunciado y problema de su cotidianidad.

Es por ello que es indispensable la construcción de los planes generales a la luz de los cinco pensamientos, los cuales permitan una aplicación de didácticas que favorezcan las relaciones, el trabajo en equipo, el establecer diálogos y predicciones de las diferentes situaciones.

Lastimosamente, con el paso del tiempo es notorio el abordaje en el aula de clase de unos pensamientos en específico y el descuido de otros.

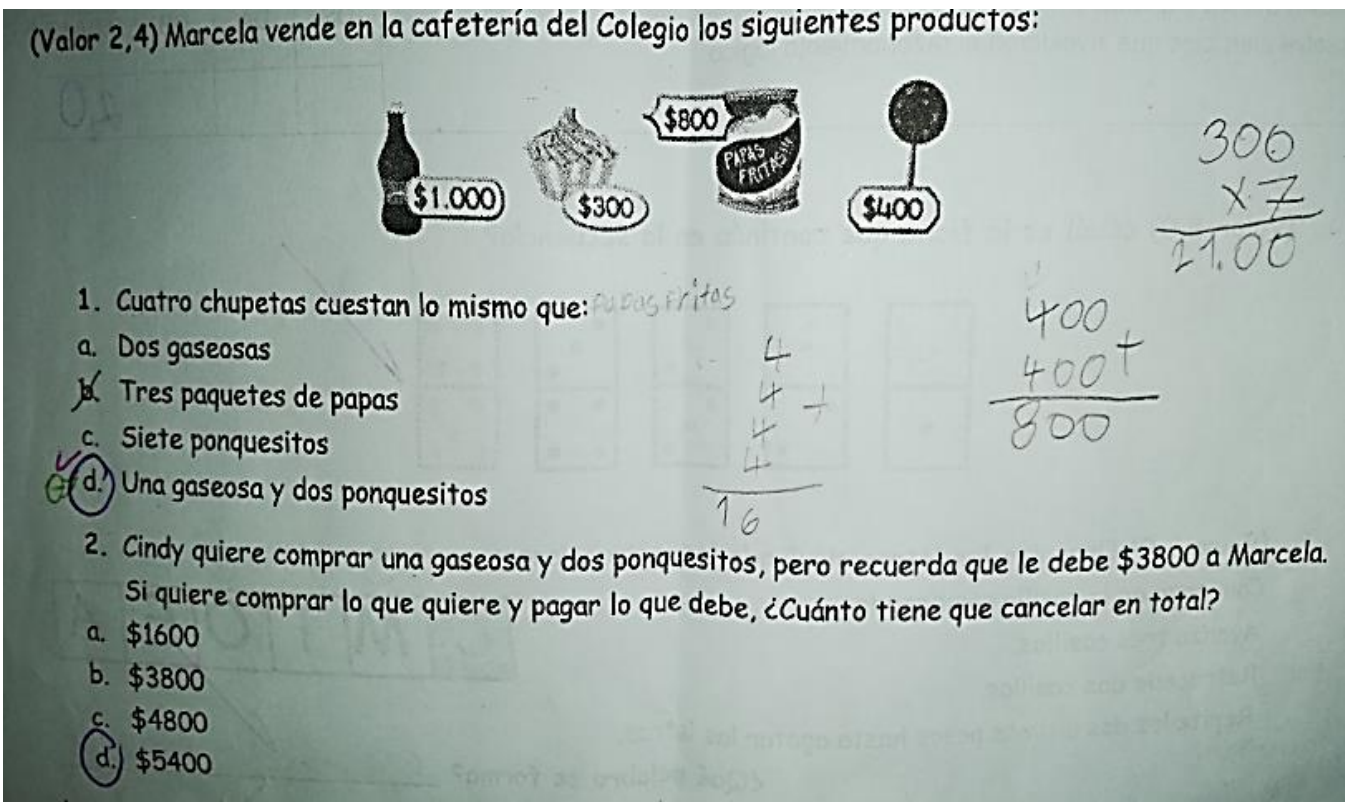
Por lo que al realizar las pruebas saber se observan dificultades en algunas de las competencias propias del pensamiento variacional. El ICFES (2017) expresa que los estudiantes apenas son capaces de resolver problemas sencillos en donde se les da la información necesaria y establecer diferentes acciones para su solución. Es decir, cuando los estudiantes se enfrentan a situaciones en las que prima procesos como la interpretación, la modelación, la proposición y la comunicación, ellos tienen dificultades.

Socas, Hernández y Palarea (2014) establecen un análisis de resultados evaluativos nacionales e internacionales mostrando las dificultades que tienen los estudiantes en el momento de resolver cualquier situación. Ellos aclaran que, éste es un problema del profesorado, el cual debe poner en manifiesto estrategias que permitan el desarrollo de habilidades que favorezcan que el estudiante pueda resolver cualquier problema. Los resultados que ellos obtuvieron expresan que ellos son capaces de realizar diferentes operaciones para dar solución a un problema, sin embargo la parte comprensiva del mismo queda oculta para ellos, no logrando identificar si su respuesta es válida para esa situación.

Lo anterior, es similar a lo vivido en el Colegio Compañía de María- La Enseñanza, cuando se observa que en los cálculos numéricos las estudiantes son ágiles contario al momento para el análisis y la interpretación.

A continuación se presenta un problema propuesto al inicio del grado en donde la estudiante no logró acertar con la respuesta:

Figura 1 Respuestas de las Estudiantes


(Valor 2,4) Marcela vende en la cafetería del Colegio los siguientes productos:

$1.000 $300 $800 $400

1. Cuatro chupetas cuestan lo mismo que: papas fritas
a. Dos gaseosas
b. Tres paquetes de papas
c. Siete ponquesitos
d. Una gaseosa y dos ponquesitos

2. Cindy quiere comprar una gaseosa y dos ponquesitos, pero recuerda que le debe $3800 a Marcela. Si quiere comprar lo que quiere y pagar lo que debe, ¿Cuánto tiene que cancelar en total?
a. $1600
b. $3800
c. $4800
d. $5400

En el anterior ejercicio, se observan los precios de unos productos de la cafetería del Colegio, y se plantean dos preguntas entorno a ello.

La primera pregunta se encuentra direccionada a relacionar por medio de las operaciones básicas un valor equivalente al de cuatro chupetas. El valor de éstas era de $1600 en total y de acuerdo al trabajo matemático de la estudiante, se infiere que ella encuentra un valor aproximado; a ella le dio 16. Se olvidó de agregar los ceros, el cual le hubiese dado una mejor comprensión del problema. Sugiero que fue olvidado, puesto que en los otros procedimientos sí tiene en cuenta “los ceros” y al multiplicar $700 por 3 que era el precio de tres paquetes de papas, quizá ya había perdido el sentido del mismo.

La segunda pregunta incluye procesos de relación, comparación y análisis, los cuales involucran la aplicación de las operaciones básicas. La estudiante no lo intenta, por lo que infiero que la niña se venció al no comprender desde el inicio el problema.

Para dar solución a este tipo de problemas, la estudiante no sólo debe realizar los cálculos, sino que también debe relacionar, establecer conjeturas, validar su respuesta, interpretar, comparar, razonar y predecir.

Si bien, llegar a estos niveles de abstracción no es sencillo, pero a través de situaciones que permitan modelar y relacionar los conceptos es posible; por lo que la enseñanza del pensamiento variacional en primaria posibilita una mirada, una generalización, un razonamiento y una predicción distinta de los problemas propuestos en el aula y en la cotidianidad.

Ahora bien, la enseñanza de los conceptos pertenecientes al desarrollo del pensamiento variacional se han dejado sólo hasta el bachillerato cuando comienza un dominio algebraico y memorístico. Esto ha ocasionado una ruptura en los estudiantes puesto que inician conocimientos nuevos y con mayor grado de dificultad sin bases sólidas al respecto.

Por esta razón, varios autores se han preocupado por el fortalecimiento de este pensamiento a temprana edad, y poder crear un razonamiento algebraico y comprensivo de diferentes situaciones las cuales se conviertan en la base inicial para los grados superiores.

Al respecto Rojas y vergel (2013) han expresado que:

> En los currículos de muchos países es explicito el propósito de desarrollar, desde las matemáticas escolares, la capacidad de los niños y jóvenes para razonar algebraicamente, lo cual es usual que se aborden en los últimos cursos de educación básica (secundaria, 14-15 años), aunque no necesariamente con éxito. En las últimas dos décadas se ha desarrollado un número significativo de trabajos de investigación que dan cuenta de la posibilidad de abordar este propósito desde edades tempranas; lo cual ha hecho surgir nuevamente discusiones sobre la pertinencia de curricularizar los desarrollos teóricos al respecto. (pág. 762)

Es pues, como es de vital importancia la cercanía de los maestros de la educación primaria con este pensamiento. Es necesario que de él partan estrategias que desarrollen habilidades propias del pensamiento variacional logrando procesos de análisis cada vez más altos en los estudiantes.

Por lo anterior, fue necesario el diseño de una secuencia de tareas en la clase de matemáticas que permitiera el fortalecimiento del pensamiento variacional en las estudiantes del grado cuarto del Colegio de la Compañía de María- La Enseñanza, puesto que a través de un rastreo por los diferentes planes generales de grado se evidenció en gran parte el énfasis en el pensamiento numérico, por lo que éste se puede convertir en la excusa que posibilite tejer relaciones aritméticas para generalizar temas propios del pensamiento variacional.

1.2.2 Formulación de la Pregunta

¿Cómo las tareas de generalización y de razonamiento algebraico en las estudiantes del grado cuarto del Colegio la Enseñanza fortalecen el pensamiento variacional?

1.3 Justificación

Desde los lineamientos curriculares para la enseñanza de la matemática se encuentran tres grandes componentes como lo son:

- Los procesos generales: Están contenidos el razonamiento, la resolución y planteamiento de problemas, la comunicación, la modelación, la elaboración, la comparación y la ejercitación de procedimientos.
- Los conocimientos básicos: Numérico, Métrico, Variacional, Aleatorio, Espacial.
- El contexto, entendiendo éste como "[…] los ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las matemáticas que aprende" (MEN, 1998, pág. 19). Planteamiento de situaciones problemática desde las mismas matemáticas, la vida diaria y otras ciencias.

Estos componentes deben estar en la estructura de los planes generales de matemáticas de cualquier Colegio, como lenguaje común de todas las instituciones de Colombia.

A partir de lo mencionado con anterioridad, surgen tres razones por las cuales es importante implementar este Trabajo Final de Maestría, éstas son:

1. Fortalecer procesos generales y los conocimientos básicos específicamente en el pensamiento variacional y sistemas algebraicos partiendo de situaciones cercanas a las estudiantes.
2. Mostrar la utilidad de las matemáticas en la solución de situaciones cotidianas.
3. Proponer un cambio de mirada en el manejo del Plan de Matemáticas y metodologías utilizadas en el grado.

A continuación se presentará una explicación de cada uno de ellos.

1.3.1 Fortalecimiento del Pensamiento Variacional en el grado cuarto

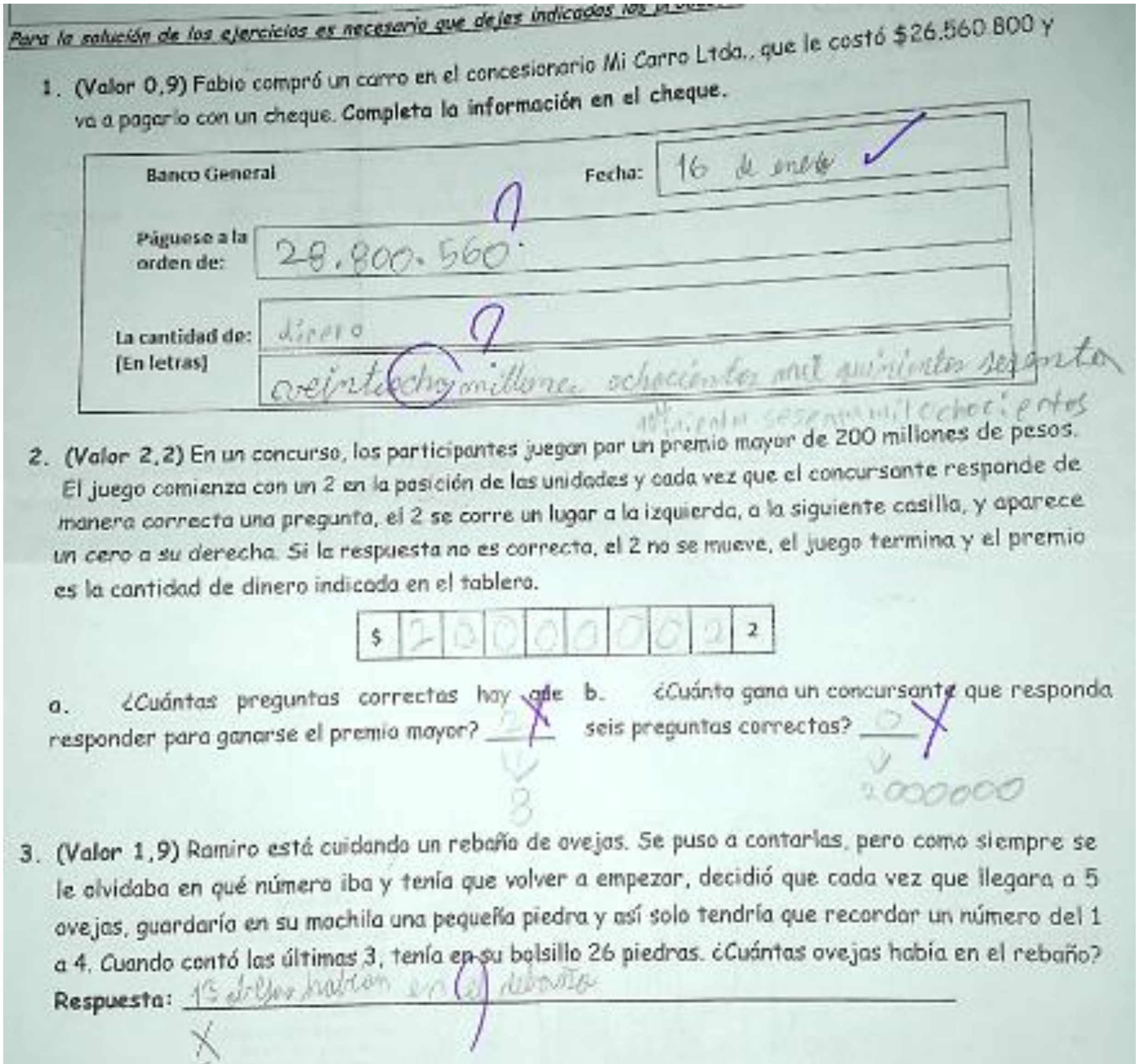
La necesidad que se ha presentado en las niñas en el proceso de resolución de problemas y de interpretación de enunciados se hace evidente en tres aspectos, como los son:

- En sus Resultados Académicos
- En sus resultados de las Pruebas Avancemos
- En las Autoevaluaciones de Periodo

En sus resultados académicos, específicamente en el primer y tercer periodo al abordar problemas donde deben usar las operaciones básicas, las ecuaciones y al plantear preguntas en las evaluaciones diarias[1] centradas en cada uno de los pensamientos, se logra analizar falencias en cuanto a la interpretación y el análisis de las situaciones.

[1] Evaluaciones Diarias: Como actividad evaluativa del Colegio La Enseñanza, las estudiantes deben presentar todos los días de la semana en un periodo de tiempo comprendido entre las 6:40 y 7:20 de la mañana, una evaluación de una asignatura en específico programada previamente en la agenda escolar.

Figura 2 Examen primer Periodo 4°



Para la solución de los ejercicios es necesario que dejes indicados los procesos

1. (Valor 0,9) Fabio compró un carro en el concesionario Mi Carro Ltda., que le costó $26.560.800 y va a pagarlo con un cheque. **Completa la información en el cheque.**

Banco General		Fecha:	16 de enero
Páguese a la orden de:	28.800.560		
La cantidad de: (En letras)	dinero veintiocho millones ochocientos mil quinientos sesenta		

2. (Valor 2,2) En un concurso, los participantes juegan por un premio mayor de 200 millones de pesos. El juego comienza con un 2 en la posición de las unidades y cada vez que el concursante responde de manera correcta una pregunta, el 2 se corre un lugar a la izquierda, a la siguiente casilla, y aparece un cero a su derecha. Si la respuesta no es correcta, el 2 no se mueve, el juego termina y el premio es la cantidad de dinero indicada en el tablero.

$									2

a. ¿Cuántas preguntas correctas hay que responder para ganarse el premio mayor? ____

b. ¿Cuánta gana un concursante que responda seis preguntas correctas? ____

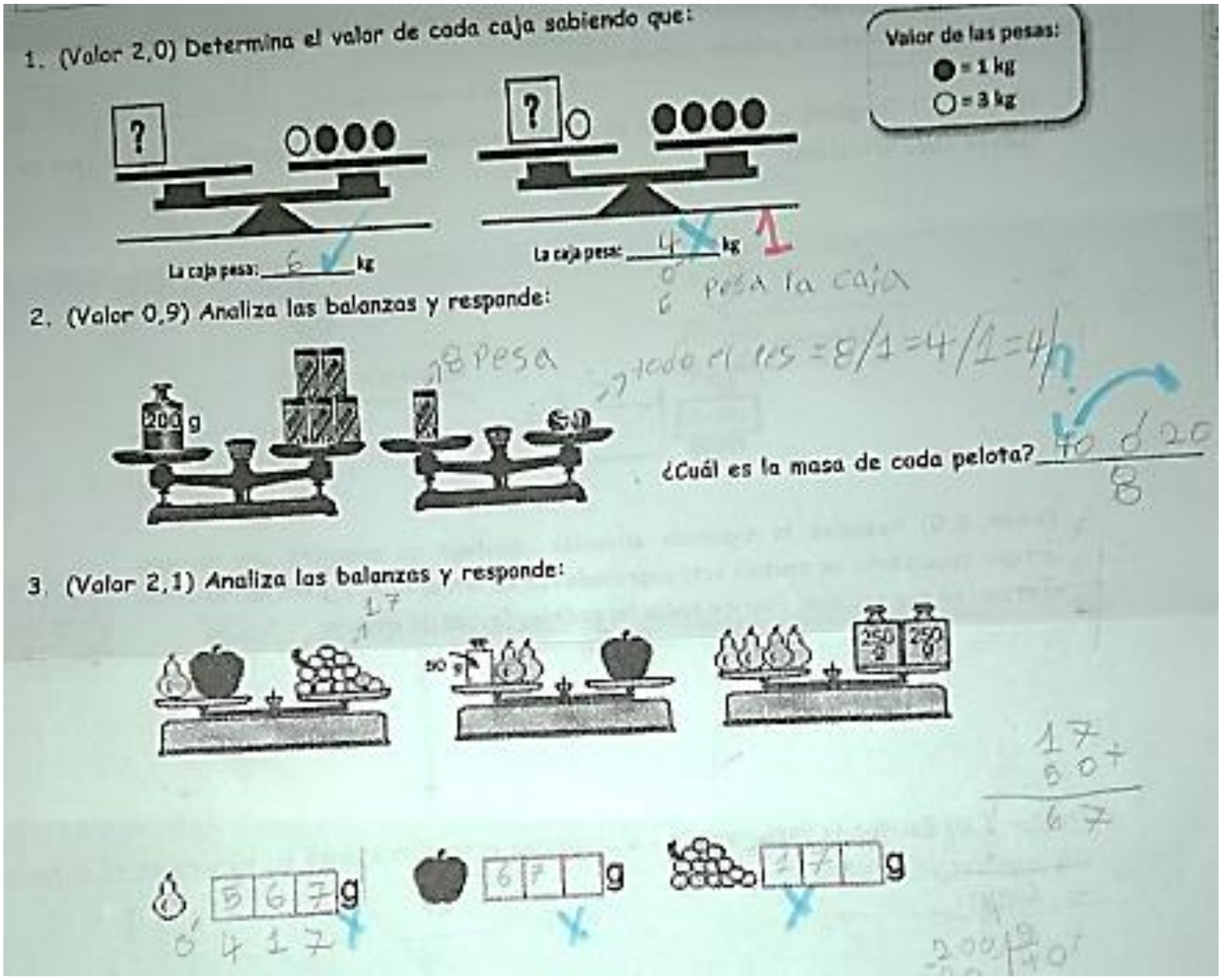
3. (Valor 1,9) Ramiro está cuidando un rebaño de ovejas. Se puso a contarlas, pero como siempre se le olvidaba en qué número iba y tenía que volver a empezar, decidió que cada vez que llegara a 5 ovejas, guardaría en su mochila una pequeña piedra y así solo tendría que recordar un número del 1 a 4. Cuando contó las últimas 3, tenía en su bolsillo 26 piedras. ¿Cuántas ovejas había en el rebaño?

Respuesta: ____

Se observa que no hay comprensión de lo que se pide, por ejemplo en el primer punto, la estudiante no es capaz de escribir el número igual al presentado en el enunciado, no realizando una lectura analítica del mismo. En el segundo punto da muestra de la falta de seguimiento de instrucciones y de no comprender la variación del número de acuerdo a su posición para dar respuesta a las preguntas. Y finalmente, el tercer punto evidencia el poco desarrollo de procesos como la resolución, razonamiento y planteamiento de problemas.

A continuación se presenta otro ejemplo donde se evidencia la situación:

Figura 3 Examen Tercer Periodo 4°



En el anterior examen se observa la dificultad para resolver situaciones de balanzas, en donde intervienen procesos de comparación, regularidad, generalización e igualdad.

La estudiante realiza varias operaciones sin identificar el objetivo de las mismas, no logrando relacionar cada una de las partes contenidas en esas balanzas.

Estos dos ejemplos conllevan a analizar que quizá las metodologías y actividades utilizadas en la clase, no permiten que, algunas estudiantes avancen en sus procesos.

La propuesta se centra en relacionar los cinco pensamientos en el aula para lograr obtener un mayor nivel en procesos como la comunicación, el razonamiento y la resolución de problemas.

Ahora bien, aunque el rendimiento académico del Colegio de la Compañía de María- La Enseñanza es sobresaliente, se observó en algunas estudiantes respuestas que ameritan un cambio en la misma práctica educativa.

A continuación se presenta una tabla con la citación a refuerzo de las estudiantes del grado cuarto del Colegio Compañía de María- La Enseñanza en el año 2018 por periodo. Se hace evidente la afirmación de que en el primer y tercer periodo hay un mayor grado de pérdida.

Tabla 1 Tabla de Porcentaje de Citación a Refuerzo

Grado	**1°**	**2°**	**3°**	**4°**
Cuarto	34,29%	14,29%	17,14%	10%

Fuente: Autor del Trabajo Final

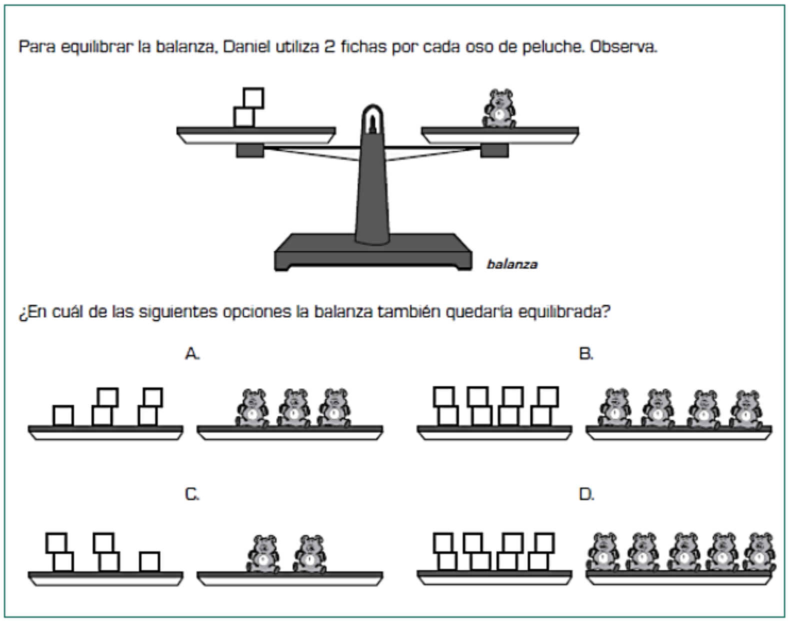
Aunque se observa que el comportamiento de los resultados académicos de las estudiantes va en crecimiento, esto se evidencia gracias a que el porcentaje de pérdida en el primer periodo es mayor comparado con el final del año. Lo que se quiere destacar realmente es que en los periodos donde se hace más fuerza en el pensamiento variacional las niñas tienen dificultades en el momento de solucionar las diferentes situaciones. (Periodos 1 y 3)

Ahora bien, en los resultados de la Prueba Avancemos del periodo 2018 se presenta una evaluación de los procesos de comunicación, razonamiento y resolución a partir de los cinco pensamientos.

La solución de algunas preguntas da respuesta a la relación de dos o tres pensamientos. Se observa que, según el proceso abordado existe cierto nivel de dificultad.

A continuación se presenta un ejemplo de varias de las preguntas aplicadas en dicha prueba:

Tabla 2 Ejemplos de Preguntas 1



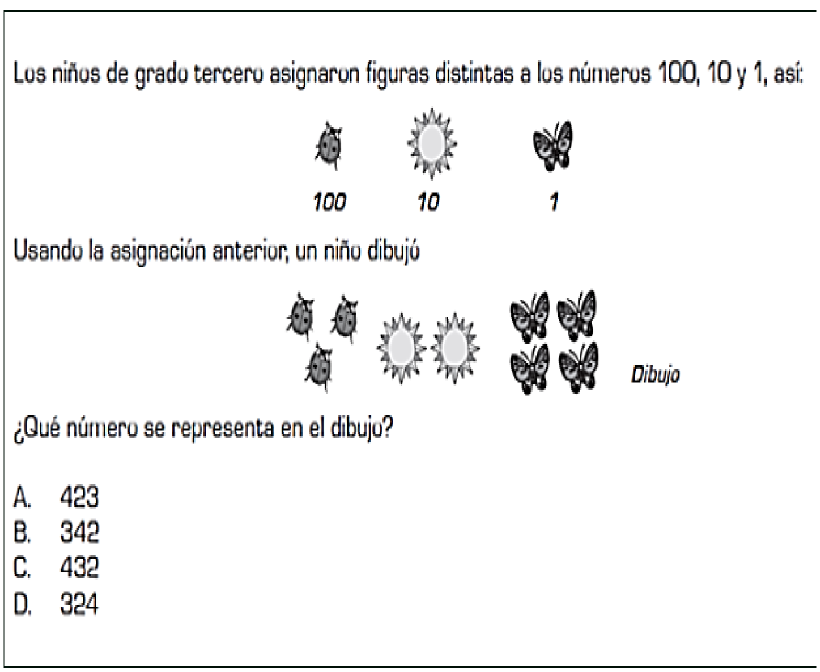
Pensamientos:

Número- Variacional

Competencia:

Resolución

Tabla 3 Ejemplos de Preguntas 2



Pensamientos:

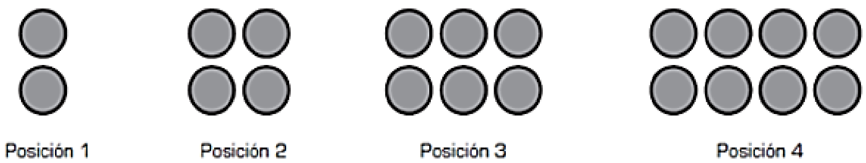
Número-Variacional

Competencia:

Razonamiento

Tabla 4 Ejemplos de Preguntas 3

Observa la figura en cada posición.



El cambio que se hizo a la figura de la posición 3 para obtener la de la posición 4 fue

A. quitar 4 círculos.

B. agregar 2 círculos.

C. quitar 2 círculos.

D. agregar 4 círculos.

Pensamientos: Numérico-Variacional

Competencia: Razonamiento

Con base en estas preguntas, se construyó la siguiente tabla en donde se describen las 70 estudiantes que pertenecen a esta generación y la cantidad de niñas que fallaron en cada una de las preguntas dependiendo de la competencia y pensamiento.

Tabla 5 Resultados de las Pruebas Avancemos 2018

		Comunicación			Razonamiento			Resolución		
Grado	Total	Numérico-variacional	Espacial-Métrico	Aleatrorio	Numérico-variacional	Espacial-Métrico	Aleatrorio	Numérico-variacional	Espacial-Métrico	Aleatrorio
4°1	24	6	6	1	10	13	11	5	13	7
4°2	23	8	5	4	9	17	7	7	10	8
4°3	23	7	2	3	7	11	10	5	8	5
Total	70	21	13	8	26	41	28	17	31	20
		30%	18,50%	11,40%	37,14%	58,50%	40%	24,20%	44,20%	28,50%

Fuente: Autor del Trabajo Final

Con base en la anterior tabla se observa que en el proceso de comunicación hubo un mayor porcentaje de estudiantes que respondieron incorrectamente en preguntas de tipo numérico-variacional y que en los procesos de razonamiento y de resolución es en donde más atención se debe prestar por la alta cantidad de preguntas incorrectas.

Finalmente, en las autoevaluaciones de las estudiantes es notorio que con el pasar del tiempo se sienten con mayor dificultad al enfrentarse a los temas. Algunas expresiones de ellas son:

Estudiante: "No pongas cosas tan difíciles" (Autoevaluación Primer Periodo Académico)

Aunque la mayoría de las estudiantes manifiestan felicidad y motivación en la clase, para algunas de ellas, les es complicado iniciar un nuevo año con mayor exigencia.

Ahora bien, estudios en el contexto Colombiano invitan no sólo a la intervención del pensamiento variacional en primaria, sino que también muestran los resultados de su investigación, en donde explican que la mayoría de las dificultades encontradas en los estudiantes de bachillerato radican en temas algebraicos, esto debido en gran parte a procesos de interpretación, argumentación, comunicación y a la transición abrupta entre aritmética y algebra (Rivera & Sanchez, 2012).

Por su parte, los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) le dan mucho más fuerza a la noción de pensamiento variacional, mostrando que desde la educación temprana se debe dar el estudio de las regularidades y patrones. En este sentido, no se trata de anexar un nuevo tema para abordar en las aulas de clase, sino en que es necesaria una reestructuración de los planes y metodología utilizados.

Los Lineamientos Curriculares de Matemática (1998) se encuentran bajo la mirada comprensiva de la variación teniendo como base el contexto con el que se relaciona el estudiante. Éstos invitan a la promoción de actitudes de observación, registro y utilización de lenguaje matemático las cuáles permitan el desarrollo de pensamiento matemático para la vida. Sugieren que se debe tener en un primer momento la generalización de patrones aritméticas para que posteriormente se potencie la modelación de diferentes situaciones o fenómenos de cambio de variación, es por ello que se debe involucrar el uso comprensivo de la variable y su significado. La organización de la variación en tablas puede ser de las actividades iniciales para desarrollar con los estudiantes y por medio de la aritmética lograr resolver problemas con números con sentido.

1.3.2 Utilidad de las Matemáticas en la solución de Situaciones Cotidianas

Al iniciar con la enseñanza de alguna temática de las matemáticas, las estudiantes con frecuencia indagan por el uso de las mismas para la vida, planteando la siguiente pregunta ¿Y para que me sirve eso? Después de varios años de cuestionamiento surge la idea de que la actividad presentada en el aula de clase debe ser tan clara que esta pregunta sea respondida por ellas mismas. De esta manera empezarán los estudiantes a encontrar razones por las cuales es importante aprender matemáticas.

En la plenaria de Bruno D´Amore en el XXI Congreso Colombiano de Matemáticas (2017) expone que un maestro debe preocuparse por que todos sus estudiantes entiendan lo explicado, y que si 10 de ellos comprenden con una metodología, el maestro debe llevar otras que permitan el aprendizaje de los restantes.

El campo de investigación de la educación matemática debe promover que se identifiquen características, innovaciones, metodologías y formas de enseñanza, los cuales trasciendan al aprendizaje. Para el profesor formado en la Universidad de Bolonia el éxito en la enseñanza de la matemática no se encuentra centrado en el cambio de los currículos sino en la innovación de las metodologías. El maestro no debe gastarse el tiempo por demostrar que un concepto es útil para la vida sino que debe idear métodos que permitan que el estudiante utilice esa matemática en su diario vivir, y de esta manera haya comprendido. Este pensamiento se encuentra ligado a la postura del Colegio Compañía de María.

Bajo esta mirada Godino, Batanero y Font (2003) sugieren "(…) la matemática como una cultura, en donde los estudiantes sean capaces de descifrar, valorar y argumentar de una manera crítica la información proporcionada por su cotidianidad". (pág. 24) .

De aquí, la importancia por fortalecer procesos generales en los estudiantes de tal manera que permitan una apropiación del conocimiento y que logren establecer diferentes caminos para darle solución a un problema simulado o real, por lo que requiere fortalecer la comunicación y la representación simbólica (no necesariamente numérica), las cuales puedan favorecer el desarrollo de pensamiento variacional para su vida.

1.3.3 Cambio de Mirada al Plan de Área de Matemáticas

Esta tercera razón se encuentra direccionada al cambio de mirada en cuanto al manejo que se da al plan del área, es decir, es importante recurrir al abordaje de los cinco pensamientos en el aula de clase.

Aunque en los temas vistos en el grado cuarto no es tan notorio el pensamiento variacional, se hace necesario el diseño de nuevas preguntas, metodologías distintas y actividades que susciten una percepción diferente de la matemática.

A continuación se muestra el plan general de la matemática del grado cuarto del Colegio Compañía de María- La Enseñanza:

Tabla 6 Plan de área grado cuarto

Operaciones con Naturales	• Lectura y escritura de números. • Descomposición polinómica. • Operaciones básicas: suma, resta, multiplicación y división con dos y tres cifras. • Propiedades de la suma y la multiplicación. (Repaso) • **Propiedad distributiva y signos de**

	agrupación. ● Múltiplos y divisores de un número. ● Números primos y compuestos. ● Criterios de divisibilidad. ● Descomposición en factores primos. ● Mínimo común múltiplo y máximo común divisor. ● Ecuaciones sencillas con una incógnita en los naturales (propiedad uniforme). ● Números romanos. ● Solución de problemas de aplicación.
Números Fraccionarios	● Términos de una fracción. ● Fracción como unidad y de un número. ● Fracciones: propias, impropias (números mixtos) y equivalentes. ● Amplificación y simplificación. ● Comparación de fracciones. ● Concepto de fracciones heterogéneas. ● Operaciones con fracciones homogéneas y heterogéneas. ● Solución de problemas de aplicación.
Números Decimales	● Fracciones decimales. (introducir el concepto de porcentaje) ● Números decimales. ● Valor posicional. ● Conversión de número decimal en fracción decimal y viceversa.

	● Comparaciones entre números decimales. ● Operaciones básicas: suma, resta, multiplicación y división. ● Solución de problemas (planteo y raciocinio).
Conjuntos e Introducción a la Lógica	● Determinación de conjuntos. ● Relación entre elemento y conjunto (pertenencia e inclusión). ● Operaciones entre conjuntos (unión, intersección, **complemento y diferencia**) ● **Definición de proposiciones: simples y compuestas.** ● **Conectores lógicos: "y" y "o" (conjuntor, disyuntor) y su valor de verdad.**
Pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos	PRIMER PERIODO: ● Tabla de distribución de frecuencias (construir, leer e interpretar). ● Análisis de datos - diagrama circular - diagramas de barras horizontales y diagrama de barras verticales, diagramas lineales, pictogramas ● Solución de problemas a partir de gráficos, tablas y pictogramas. ● Medidas de tendencia central: moda y media (promedio). SEGUNDO PERIODO: ● Principios de conteo.

	• Distintos tipos de arreglos (permutaciones y combinaciones). • Sucesos en los que interviene el azar. • Probabilidad de un suceso (conjeturas y predicciones y ocurrencia de eventos).

Según este plan general, es evidente una centralización en el pensamiento numérico, métrico y geométrico[2] , por lo que los procesos que se deberían desarrollar encaminados al pensamiento variacional sólo es hasta que ellas comienzan el bachillerato, causándoles angustia, temor, desmotivación y en algunas de ellas bajas notas.

Ahora bien, algunas estudiantes también expresan observaciones en cuanto a la metodología utilizada en el aula lo cual se hace evidente en las autoevaluaciones de periodo, en donde expresan frases como: “Salir afuera del salón a resolver problemas cotidianos”, “Hacer más actividades en equipo”. (Autoevaluaciones tercer periodo académico).

Es de esta manera, cómo las acciones exploratorias; las actividades centradas en procesos matemáticos como buscar regularidades, generalizar, encontrar patrones, formular conjeturas y probarlas, cobran sentido (Ponte, 2010, pág. 21) , además de crear un ambiente distinto en la clase y metodologías permiten la apertura para el aprendizaje de la matemática.

[2] La geometría es una asignatura que se da en el Colegio separada de la matemática en donde se estudian temas métricos y geométricos

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo General

Fortalecer el pensamiento variacional en las estudiantes del grado Cuarto del Colegio La Enseñanza por medio de tareas que apuntan a la generalización y el razonamiento algebraico.

1.4.2 Objetivos Específicos

- Diagnosticar la manera en cómo las estudiantes resuelven situaciones que abarcan tareas de generalización y de razonamiento algebraico.
- Interpretar los resultados obtenidos en cada una de las tareas para validar el fortalecimiento de los aspectos que componen el Pensamiento Variacional.

1.5 Marco Referencial

1.5.1 Antecedentes

En las últimas dos décadas ha surgido un gran interés por el estudio del pensamiento variacional en la educación temprana lo cual se ve reflejado en diferentes trabajos investigativos que dan cuenta de ello.

A continuación se presentarán dos ideas claves que permitirán motivar a los docentes en cuanto al abordaje de este pensamiento en la primaria.

La primera idea se centra en que algunos trabajos parten de experiencias significativas desde la formación inicial en aritmética, ya que es lo que hasta el momento los estudiantes encuentran más cercano. El maestro podrá establecer conexiones numéricas y contextuales que permitirán avanzar en la construcción de esquemas asociados al pensamiento algebraico (Rojas & Vergel, 2013, pág. 762).

La segunda idea se encuentra desde la didáctica. Es importante hacer un cambio en las prácticas metodológicas y conceptuales del maestro, en donde algunos procesos que soportan el pensamiento variacional deben construirse desde la formación inicial, para así, tener un proceso mucho más maduro en el bachillerato.

Al respecto Kaput (2000) nos aporta que:

> Se debe buscar que los docentes aprendan a construir oportunidades para el aprendizaje del razonamiento algebraico a partir de las restricciones que impone su sistema educativo y las fuentes documentales de que dispone (textos, Internet, currículo, etc.). En particular se debe ayudar al docente a que se centre en las formas en como los estudiantes pueden acceder a la generalización de su propio pensamiento matemático, así como a expresar y justiciar sus propias generalizaciones. (pág. 10)

Partiendo de lo anterior es importante que los maestros fortalezcan en el trabajo en el aula la exploración, la modelación, la predicción, la discusión, la argumentación y la validación en los procesos realizados para lograr, la integración del pensamiento algebraico en la matemática escolar (Vergel R. , 2014, pág. 16).

Existen varios documentos que le apuntan a una o a las dos ideas presentadas con anterioridad, por ejemplo, en el ámbito local se rescata a:

Vasco (2002), establece que el pensamiento variacional "[…] puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionan sus variables internas, de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad". (pág. 70).

De esta manera, este pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, con la percepción, con la modelación y con la construcción de conceptos como lo son el de variable, parámetro, incógnita y ecuación.

Vergel (2014) por su parte, plantea una propuesta para lograr establecer las formas de pensamiento algebraico que emergen en estudiantes de cuarto y quinto en torno a unas tareas encaminadas a la generalización de patrones. Para él es importante conocer las ideas que puedan surgir en cualquier actividad matemática para así trabajar en la construcción de conocimiento. También manifiesta la pertinencia del cambio curricular en torno al razonamiento algebraico, en donde a partir de experiencias significativas en la formación inicial en aritmética es posible avanzar en la construcción de esquemas asociados al pensamiento variacional.

A nivel de pregrados se rescata el trabajo investigativo de Rivera & Sánchez (2012) titulado *al desarrollo del pensamiento variacional en la educación básica primaria a partir de la generalización de patrones numéricos*.

Este trabajo muestra algunas dificultades encontradas en los estudiantes de la población a estudiar, para resolver situaciones haciendo uso del pensamiento variacional, tales como, la abstracción, la utilización de símbolos y el uso de lenguaje matemático.

Por lo que esta propuesta se centra en el estudio de la aritmética, relacionando procesos que favorecen el acercamiento al razonamiento algebraico, basados en perspectivas como: el modelaje de situaciones matemáticas y de situaciones concretas, el estudio de situaciones funcionales, la solución de problemas, la generalización de patrones numéricos y geométricos.

Bajo esta línea de enseñanza del pensamiento variacional en primaria, se menciona además el trabajo de Benjumea & otros (2007) en donde apoyados en las teorías del aprendizaje de Piaget, Vigotsky, Ausubel y Vergnaud diseñan una estrategia metodológica orientada a la comunicación, interpretación y modelaje de situaciones, con el fin de que los estudiantes den cuenta de las conclusiones a las que llegan al realizar determinados procedimientos.

En el nivel de posgrado se encuentra un trabajo titulado: *Generalización de Patrones geométricos. Proyecto de aula para desarrollar el pensamiento variacional en estudiantes de 9-12 años,* (Pulgarín, 2015), el cual tiene como objetivo, el diseño de un proyecto de aula que por medio del abordaje de patrones geométricos y de la detección de las reglas que lo rigen logra potenciar y desarrollar este pensamiento.

Por su parte Carreño & Infante (2018) realizan una propuesta para estudiantes del grado quinto de primaria similar a la mencionada con anterioridad, titulada: *Generalización: Una ruta hacia el desarrollo del pensamiento variacional en la escuela*, su objetivo se centra en la implementación de actividades de generalización, centradas en la identificación de patrones.

Esta propuesta parte de una adaptación de la lectura de “los tres cerditos” e donde surgen tres actividades enfocadas a secuencias geométricas, y de este modo llegar a estrategias de conteo (sumativas y multiplicativas) y a un acercamiento de relaciones recursivas, co-variacionales y de correspondencia entre variables.

En el ámbito internacional rescato las ideas de Kieran (2016) en las que sugiere que en un primer momento es importante la fundamentación y el fortalecimiento de la estructura de los números, sus operaciones y sus usos. Él plantea que, cuando es este diseño posible, comenzaría la construcción del pensamiento algebraico a temprana edad, y éste se enmarcaría en el primer paso para la generalización.

Por su parte Radford (2016) le presta especial atención a los sistemas semióticos e interpretativos que resultan de la identificación de elementos no simbólicos y las argumentaciones que los estudiantes puedan dar al respecto.

Mason (2016) se preocupa por la expresión que los estudiantes puedan establecer de la generalidad en donde sea posible involucrar el razonamiento sin usar necesariamente los números. Hace énfasis en que el fortalecimiento de este pensamiento no se debe a la cantidad de tareas asignadas sino la oportunidad dada a los estudiantes a expresar, manipular y establecer argumentos.

Molina (2005) centra su estudio en el análisis de pensamiento relacional por parte de los estudiantes. Este trabajo consiste en examinar las expresiones aritmética-algebraicas para detectar las maneras que tienen los niños para resolver problemas, tomar decisiones o relacionar conceptos.

Ahora bien, los trabajos investigativos presentados con anterioridad dan muestra del esfuerzo y compromiso que se tiene en cuanto a encontrar caminos o herramientas que permitan y facilitan fortalecer el pensamiento variacional en la educación temprana.

1.5.2 Referente Teórico

Como sustento teórico de este trabajo final de maestría se puede evidenciar el modelo pedagógico sobre el cual se fundamenta, al igual que las teorías que subyacen en él, las cuales se encuentran enmarcadas dentro de las dinámicas diarias del Colegio; el modelo humanista de Miguel de Montaigne y una metodología de aprendizaje basado en problemas.

A través del Humanismo se defienden diferentes formas de adquirir conocimiento, las cuáles se centran en la flexibilidad al igual que la inclusión. Según Weinberg (2014), Afirma que; “Con Montaigne se incorpora la idea agustiniana de persona, pero a la vez se abre la dimensión del sujeto cognoscente, esto es, de un sujeto para un objeto”.

Por lo que para el humanismo, el centro de interés radica en la formación de personas que desarrollarán su vida en la sociedad, además bajo la ideología de un ser humano provisto de facultades, capaz de tomar decisiones de forma autónoma y coherente, además de ser consciente de que es sujeto y objeto en el autoreconocimiento que se encuentra en cambio permanente.

Partiendo de esta idea y haciendo hincapié a la formación de sujetos diferentes se piensa en el diseño de unas tareas las cuales orienten el fortalecimiento del pensamiento variacional, entendiendo ésta en el sentido de Watson y Mason (2007), Tarea en el sentido amplio incluye la actividad que resulta cuando los estudiantes se comprometen con una ella, incluyendo cómo la alteran con el fin de darle sentido, las maneras en que el profesor dirige y reorienta la atención del aprendiz hacia los aspectos que surgen, y cómo los aprendices son estimulados para reflexionar o aprender a partir de la experiencia de comprometerse en la actividad iniciada por la tarea.

En este sentido, tanto maestro como estudiantes se encontrarán en un diálogo constante el cual permitirá dar solución a diferentes situaciones y lo que ayudará al manejo de sus emociones, trabajo en equipo, seguridad y participación.

Ahora bien, a la luz de esta idea, es importante rescatar una teoría en la enseñanza, la cual se convertirá en el eje transversal de este trabajo, además de serlo ya, en el Colegio Compañía de María. Esta teoría es la educación personalizada de Pierre Faure, la cual va orientada a cada una de las personas sobre las que actúa, y de esta manera lograr, que, sea ésta la responsable de tener la iniciativa y el compromiso para desenvolverse en una sociedad.

El fin último de la educación personalizada (Pereira, 1976) es ayudar al estudiante de forma individual y diferente en su formación, también es indispensable permitirles el desarrollo y aplicación de sus potencialidades a través de principios como los son: la individualidad y el ritmo personal, la libertad y la responsabilidad, la actividad y la creatividad, la socialización, la normalización en su trabajo, la singularidad.

El educador en la educación personalizada es aquel que no se resigna ante el no entendimiento de sus estudiantes, sino que por el contrario crea y diseña nuevas formas para que éste logre su aprendizaje, es aquel que confía en las capacidades del otro, y por tanto guía su proceso, por lo que el seguimiento de las tareas planteadas se tornarían como una nueva dinámica en la clase que permitirá precisamente ésta comprensión, en palabras de Godino (2013): “El foco de atención en el diseño de las tareas debe orientarse a mostrar cómo la realización de las mismas influye o determina el aprendizaje matemático". (pág. 12)

La importancia del aprendizaje obtenido no sólo desde cada una de las potencialidades sino también desde la comunicación que permitirá crear argumentos sólidos en un trabajo en equipo y lograr establecer soluciones a problemas cotidianos.

Por esta razón, caben también algunas dinámicas desarrolladas en la teoría de aprendizaje basado en problemas como metodología didáctica por descubrimiento guiado, mediante la cual los estudiantes descubren su conocimiento sobre la base de problemas y el docente un orientador y fuente de problemas.

Para Jerónimo Brunner, gran constructivista es fundamental llevar a los niños más allá de la información y aprender a aprender y a resolver problemas. (Restrepo, Aprendizaje Basado en Probemas (ABP), 2008), además como objetivo de esta estrategia se centra el desarrollo de habilidades de pensamiento y la activación de procesos cognitivos de los estudiantes.

En este orden de ideas, se pretende que las estudiantes logren encontrar lazos entre su realidad y conceptos matemáticos, de tal manera que los interpreten, comprendan y apliquen de manera lógica y natural, y de esta manera comenzar con el fortalecimiento del pensamiento variacional.

1.5.3 Referente Conceptual-Disciplinar

El objeto de estudio es el pensamiento variacional, precisamente, en el fortalecimiento del mismo, en las estudiantes del grado cuarto del Colegio Compañía de María- La Enseñanza; en términos de los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (1998), este pensamiento tiene que ver el reconocimiento, la identificación de la variación, con el cambio en los diferentes contextos, con la descripción, comunicación, modelación y representación verbal, icónica, gráfico o algebraico.

El pensamiento variacional puede convertirse en el factor transversal con los otros cuatro pensamientos, puesto que existe una relación con la medición, con los registros de magnitudes, con la comprensión de patrones y regularidades, con la experimentación. Ahora bien, todas aquellas situaciones que se puedan modelar adquieren un mayor sentido si hay una estructura desde este pensamiento. (Posada & otros, 2006)

Es importante tener presente en el estudio del Pensamiento Variacional tres procesos los cuáles son requeridos en las diferentes pruebas, tales como, Comunicación, Razonamiento y Resolución. Son evaluados por la importancia que tienen en la Educación Matemática, ya que una actividad en el aula no se puede reducir a la formación sola de los conceptos, también debe importar las destrezas alcanzadas en la resolución de problemas en distintos contextos y poder comunicarlas en un lenguaje natural y matemático.

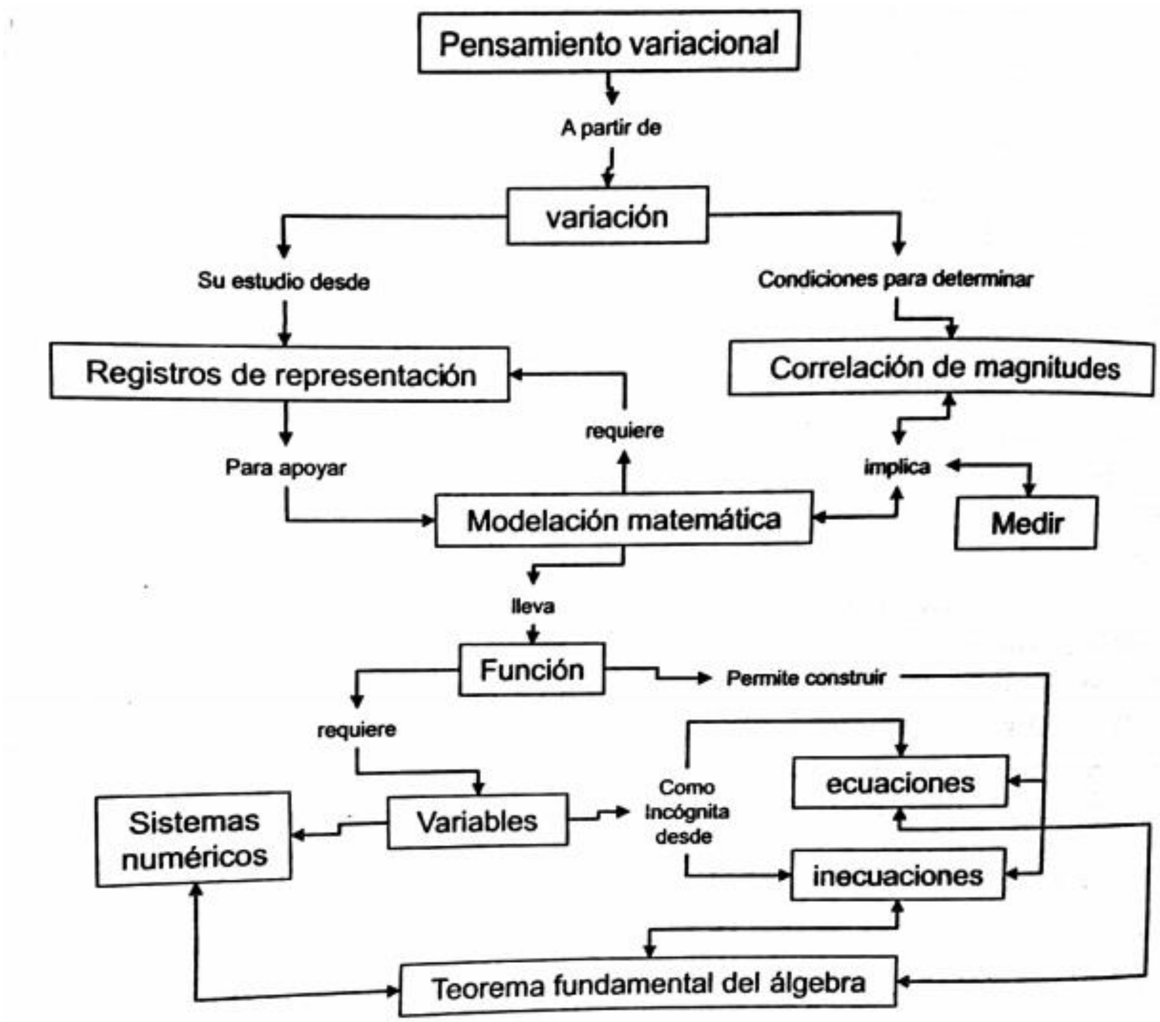
Ahora bien, la comunicación puede entenderse como un dominio y lenguaje propio de las matemáticas que posibilite la discusión de situaciones, construcción de conceptos y simbolizaciones, toma de conciencia y el trabajo en equipo. (MEN, 2006)

Por su parte, el razonamiento se encuentra apoyado en las conjeturas que su puedan formular de su realidad, tal que permitan percibir regularidades y relaciones, justificar, establecer modelos. (MEN, 2006)

Y la Resolución es un proceso que se encuentra presente en todas las actividades curriculares de matemáticas, que permite desarrollar una actitud mental perseverante ya que las situaciones problema presentadas posibilita la construcción de saber para la vida. (MEN, 2006)

Partiendo de los procesos que se deben alcanzar desde el pensamiento variacional, es importante considerar una propuesta para el desarrollo del mismo, la cual es presentada a continuación:

Figura 4 Desarrollo del Pensamiento Variacional



Fuente: (Posada & otros, Módulo 2 Pensamiento Variacional y Razonamiento algebraico, 2006)

Según el esquema anterior, se logra evidenciar una propuesta en cuanto al desarrollo del pensamiento variacional en la educación matemática, el cual se tiene en cuenta en el diseño de este Trabajo Final ya que apunta precisamente a alcanzar los sistemas, conceptos y formas de representación.

Sin embargo en la educación en primaria existen una serie de conceptos que posibilitan llegar a esquemas más formales en bachillerato como los antes presentados, por lo que es necesario potenciar procesos como la generalización, el razonamiento algebraico y la solución de patrones y regularidades.

1.5.3.1La Generalización

Vergel (2014) plantea que, comúnmente la expresión de generalidad, es un primer momento, que se hace a través del lenguaje natural, con el cual se intenta describir, explicar, argumentar y justificar la conclusión de las invariantes observadas en un conjunto sucesivo de eventos.

De esta manera, puede existir una tendencia por establecer procesos de generalización ya que el uso de la aritmética conocida hasta el momento, el dominio y la formulación de diferentes conceptos, propiedades y relaciones conlleva a la consolidación de una aritmética generalizada.

En palabras de Mesa y otros (2006) es importante que el estudiante alcance esquemas generales de pensamiento (Generalizaciones), en donde de una situación se logren identificar aspectos particulares y establecer una generalidad de la situación aplicable a diferentes contextos de la vida (o viceversa), con esto la pretensión es lograr que las estudiantes trasciendan y alcancen fluidez entre el lenguaje matemático y natural.

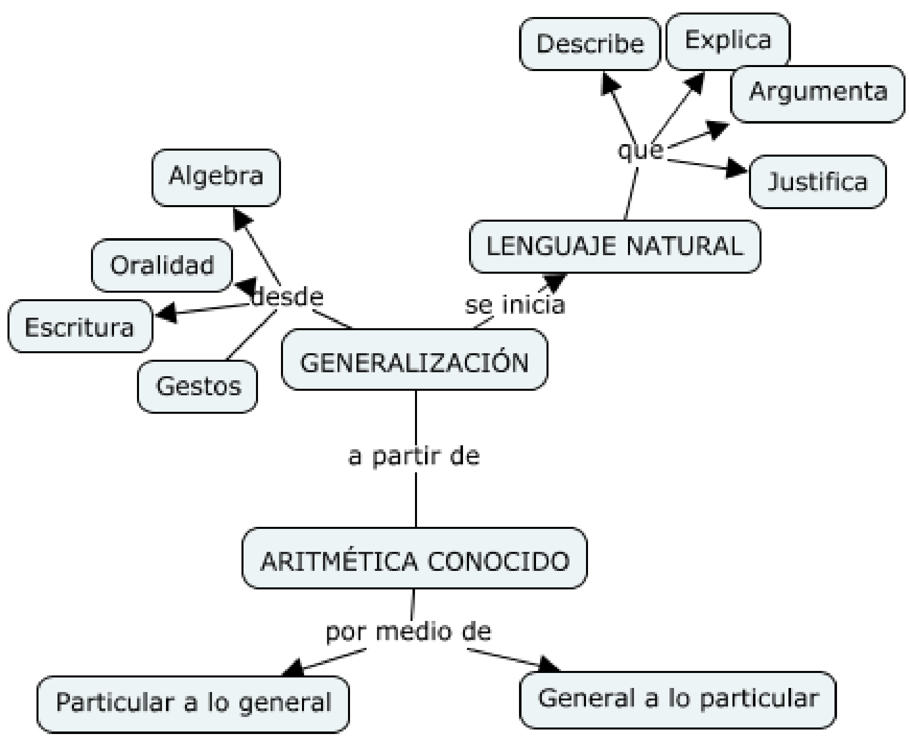
En este sentido, es importante diferenciar que en la solución de las tareas en matemáticas puede ocurrir:

- Un descubrimiento desde lo particular a lo general; que se encuentra ligado, a lo invariante de la situación general, en donde se aspira a que el estudiante logre a través de diferentes situaciones reconocer particularidades y poder asimilar una generalidad.

- De lo general a lo particular; Se trata de interpretar situaciones partiendo de elementos estructurales que constituyen la situación, en este sentido, se trata de lograr una solución a partir de un conocimiento macro.

Cabe resaltar que las formas de expresión de las generalizaciones en primaria se encuentran enmarcadas bajo una estructura no necesariamente algebraica, por tanto, emerge la necesidad de reconocer todas aquellas situaciones discursivas (orales y escritas), gestuales y procedimentales que evidencien en los estudiantes intentos de construir explicaciones y argumentos sobre estructuras generales y modos de pensar, así sus argumentaciones y explicaciones se apoyen en situaciones particulares, o en acciones concretas (Vergel R. , 2015).

Figura 5 La Generalización



Fuente: Autor del trabajo Final

Según Radford (citado por Rojas & Vergel (2013)) establece tres tipos de Generalizaciones caracterizados por los medios de expresión de los estudiantes, estos son:

- Generalización Factual: Se caracteriza por los gestos, movimientos y las palabras que los estudiantes puedan decir de una situación.
- Generalización Contextual: En este tipo de generalización toma sentido las frases que los estudiantes puedan construir para dar respuesta a la situación.
- Generalización Simbólica: Las frases claves son reemplazadas por los símbolos y representación numéricas.

Es posible que por medio de las tareas dirigidas al interior del aula de clase, vayan tomando significado cada una de estas generalizaciones y de esta manera apuntar al fortalecimiento del pensamiento variacional en primaria.

1.5.3.2 Razonamiento Algebraico

En el razonamiento algebraico, es en donde subyacen diferentes herramientas de exploración, de tratamiento, de representación, de validación e identificación de ejercicios y situaciones las cuáles no se deben simplemente a la enseñanza de secundaria, al contrario un conjunto de acciones consecutivas iniciadas desde la etapa preescolar que servirán de soporte para el fortalecimiento del pensamiento variacional.

> A medida que se desarrolla este razonamiento, se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar el pensamiento algebraico, especialmente las ecuaciones, las variables y las funciones. Este tipo de razonamiento está en el corazón de las matemáticas concebida como la ciencia de los patrones y el orden, ya que es difícil encontrar un área de las matemáticas en la que formalizar y generalizar no sea central. (Godino & Font, Razonamiento algebraico y didáctica para maestros, 2003, pág. 444).

Por lo que para alcanzar este razonamiento se hace importante en la comprensión de situaciones en contexto, en donde se destaque la variación, el cambio y la lectura de gráficos, además en la solución de ecuaciones de primer grado, en donde se logra, después de haber pasado por el lenguaje natural y matemático construir la ecuación correspondiente.

Aunque no se debe olvidar que como hasta el momento la aritmética es la fuente para construir procesos más generales, en este caso; la aritmética generalizada será el detonante para la construcción de un razonamiento algebraico. Se trata de una comprensión de los conceptos los cuales son el resultado del estudio de elementos estructurales que identifican las situaciones, en donde los procesos de generalización se convierten en la base para lograr esos aprendizajes. (Posada, Obando, & Múnera, 2006)

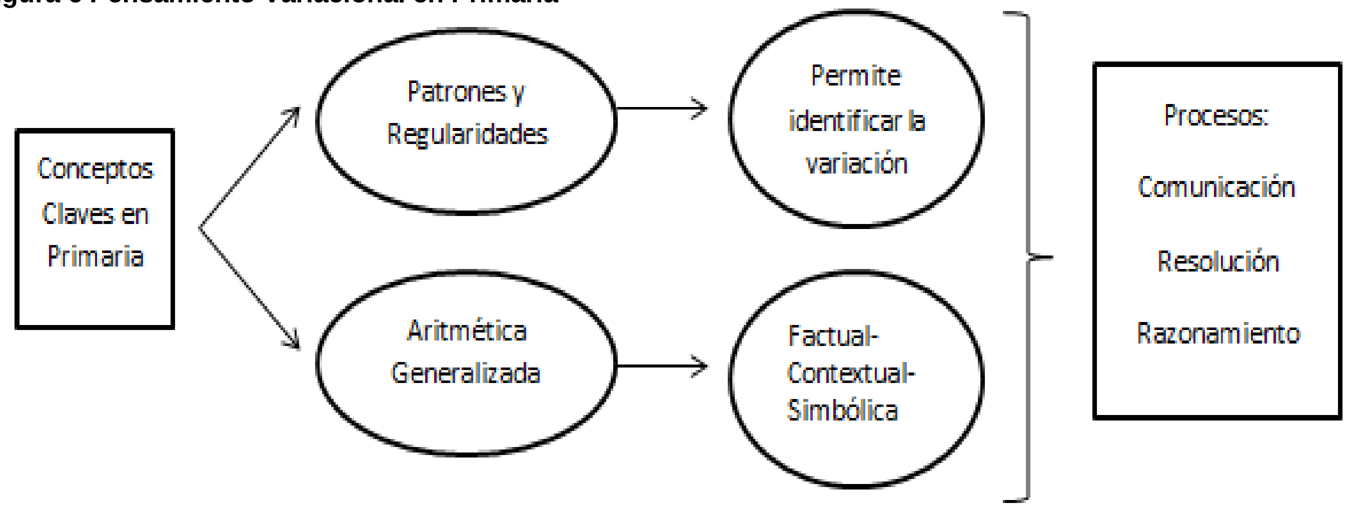
1.5.3.3 Regularidades y Patrones

El estudio de las regularidades y patrones se encuentra ligado al tema de la generalización de regularidades, a la identificación de la variación, al cambio y a la modelación matemática. Además se convertirán en el detonante del inicio de este pensamiento en primaria, en donde los diferentes escenarios de la enseñanza de la matemática (Los cinco pensamientos) deben ser utilizados para el reconocimiento y la descripción de patrones presentes en diferentes contextos.

Un contexto apropiado para iniciar a los alumnos en el razonamiento algebraico es proporcionándoles secuencias de figuras y objetos los cuales tengan un orden o regularidad. Este tipo de actividades permite la identificación de modelos o patrones, además una descripción en donde es posible introducir símbolos y realizar predicciones de la situación. (Godino & Font, 2004)

El siguiente esquema muestra el proceso llevado a cabo para el fortalecimiento del pensamiento variacional en primaria teniendo como base los conceptos descritos con anterioridad.

Figura 6 Pensamiento Variacional en Primaria



Fuente: Autor del Trabajo

1.5.4 Referente Legal

Tabla 7 Normograma

Normograma		
Constitución Política de 1991	**Artículo 67:** ***"****La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social…"*	Con este artículo se busca la inclusión de todas las personas en la educación, además la importancia de ésta en la sociedad, por lo tanto desde nuestra constitución política nos están exigiendo una educación en contexto.
	Artículo 22: *"… El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico,*	Se busca el desarrollo de los pensamientos matemáticos para que los estudiantes logren las

Ley General de Educación	*mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones"*	competencias básicas, las cuales les sirven para el desenvolvimiento en la sociedad.
Lineamientos Curriculares en Matemáticas	***"…**El estudio de la variación puede ser iniciado pronto en el currículo de matemáticas. El significado y sentido acerca de la variación puede establecerse a partir de las situaciones problemáticas cuyos escenarios sean los referidos a fenómenos de cambio y variación de la vida práctica…"*	Nuevamente se hace un llamado al inicio de la variación en la educación básica primaria, con escenarios que sean amigables para los estudiantes, y con situaciones cercanas a ellos, para así lograr que los estudiantes encuentren la relación entre la matemática y su entorno.
Estándares básicos de Competencias Matemáticas	*"…este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros*	Desde los estándares básicos se hace una invitación a establecer relaciones entre los distintos pensamientos con situaciones de cambio y variación en diferentes contextos.

	simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos.	
Derechos básicos de Aprendizaje de las matemáticas	*"… Resolver problemas aditivos rutinarios y no rutinarios de transformación, comparación, combinación e igualación e interpretar condiciones necesarias para su solución…"*	Los derechos básicos de aprendizaje son muy importantes en la elaboración de los planes generales puesto que nos ejemplifican actividades, conceptos e indicadores de desempeño pensados desde los lineamientos curriculares.

1.5.5 Referente Espacial

El Colegio Compañía de María - La Enseñanza, se encuentra ubicado en el municipio de Medellín, en el sector del Poblado, (Loma de los Balsos).

Su población estudiantil pertenece a los estratos socioeconómicos 4, 5 y 6, el Colegio es de carácter privado y femenino. La formación académica inicia en el preescolar (pre jardín, jardín y transición), continúa con su básica primaria, básica secundaria y media. Actualmente se encuentra en proyectos de inmersión con países como Estados Unidos y Canadá.

Tal como lo estable el Proyecto Educativo Institucional, la misión del Colegio es:*"Ofrecer una educación humanista cristiana que, desde el diálogo, fe-justicia, ciencia y tecnología, incida en la formación integral de las personas, en la valoración de la misión de la mujer en la sociedad y en la construcción de un mundo más humano y fraterno"*

Su visión es, *“El Colegio, inspirado en el carisma de Santa Juana de Lestonacc, se identificará por la vivencia de los valores del Evangelio, la excelencia educativa, la calidad en la gestión, la apertura al mundo plural y diverso, el compromiso social y el cuidado del planeta”*

El proyecto Educativo del Colegio se enmarca bajo una pedagogía humanista cristiana que se enfatiza en la formación desde los valores evangélicos, fundamentada en la persona y en el mensaje de Jesús de Nazareth, además de creer en la formación de una mujer para la construcción de un mundo nuevo. La Compañía de María considera la persona como el centro de la acción educativa, de ahí su enfoque de educación personalizada.

A través de su historia, se ha fortalecido a través del sustento con diferentes frases que evocan a un llamado personal y humano de la educación, por ejemplo:

“Todos no calzan el mismo pie” Santa Juana de Lestonacc

2 Capítulo II. Diseño Metodológico: Investigación Aplicada

2.1 Enfoque

La práctica de todo educador debe generar cuestionamientos y reflexiones las cuáles permitan evaluarla en sí misma, y de esta manera, lograr cambiar e innovar para impactar en el aprendizaje de los estudiantes, generando la creación de vínculos de la realidad con el conocimiento adquirido.

Bajo esta pretensión, las tareas planteadas en este Trabajo Final de Maestría se encuentran bajo un enfoque cualitativo de la investigación el cual permite comprender la experiencia vivida en las aulas, por medio de procesos inductivos, comunicativos y analíticos que permitan la evaluación y mejora de las prácticas educativas.

En palabras de Quesedo y Castaño (2002) esta investigación produce datos descriptivos que parten de la conducta observable. Así mismo, se establece que esta investigación tiene un carácter inductivo. El investigador comprende y desarrolla conceptos a partir de los datos observables, sigue un diseño de investigación flexible y entiende el contexto a partir de una perspectiva holística.

Se asume además un enfoque de Investigación Acción Educativa la cual apunta a la reflexión del espacio educativo, por lo que las acciones, ideas y opiniones que puedan surgir en él, posibilitarán un cambio quizá en las prácticas educativas. Esta última idea se relaciona con uno de los objetivos presentados en esta Maestría. Es importante mantener en todo momento una actitud de mejora continua.

Según Kurt Lewin (citado por Restrepo (2004)) la Investigación Acción Educativa o Investigación Acción Pedagógica como él la denomina, experimenta tres fases: la reflexión alrededor de un problema en concordancia a la recolección de datos para su análisis, la planeación y aplicación de acciones, y la investigación del impacto de esas acciones. Pues, tras un análisis de las prácticas del maestro resulta de vital importancia mejorarlas en beneficio del aprendizaje de los estudiantes.

De esta manera, transitar por estas tres fases posibilita la comprensión de la problemática de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, específicamente en conceptos propios del pensamiento variacional en primaria.

2.2 Método

De acuerdo con el enfoque cualitativo en el que se basa este Trabajo Final de Maestría, el método más conveniente que permitirá una interpretación de los resultados los cuales pueden ser aplicables en un aula de clase es el inductivo, ya que por medio del análisis de los resultados obtenidos de las tareas planteadas se podrá establecer conclusiones que posibilitará un cambio en la enseñanza del pensamiento variacional en primaria.

Ahora bien, no se debe dejar de lado que éste método tiene también una mirada crítico social, puesto que gracias a su carácter reflexivo considera que el conocimiento se construye por intereses de los grupos, se fomenta la autonomía, la argumentación y la comunicación. Comprende que la realidad es el factor dominante no sólo en cualquier reflexión sino también en la construcción de conocimiento para la vida.

Acorde a éstas ideas, el presente trabajo analizará los resultados del grupo 4° del Colegio Compañía de María- La Enseñanza logrando establecer comparaciones entre los grupos, analizar las respuestas dadas por las niñas, interpretar patrones en su comportamiento y observar la capacidad para el trabajo en equipo.

2.3 Instrumento de Recolección de la Información y Análisis de información

Con respecto a los instrumentos de recolección de datos y análisis, se pretende tomar fuentes primarias y secundarias.

Entre las primarias se cuenta con entrevistas realizadas a las estudiantes, los resultados obtenidos en las evaluaciones diarias. Es importante tener en cuenta las expresiones verbales y no verbales que las estudiantes puedan dar al resolver una tarea, por tanto el diálogo constante entre la maestra y las niñas es vital.

Con base en el tipo de investigación, la observación hace parte fundamental para un análisis posterior teniendo como base los apuntes del planeador y del diario de campo llevado a cabo en dicha Institución.

Como fuentes secundarias, se cuenta con los documentos rectores e institucionales, textos e investigaciones las cuales apuntan a situaciones en el fortalecimiento del pensamiento variacional.

Se apunta a una mejora en el aprendizaje de la matemática de nuestras estudiantes y en la forma en cómo ellas resuelven las diferentes situaciones presentadas en su cotidianidad.

Y para finalizar, es necesario volver a motivar a las niñas en las clases, que tengan apertura para la matemática, intriga, compromiso y un deseo enorme por aprender.

Ahora bien, para un posterior análisis de la información, se inicia con un diagnóstico el cual se refleja en las respuestas obtenidas en algunos puntos de las evaluaciones diarias y en la observación de las puestas en común al ellas dar a conocer su respuesta. Posterior a ello, se diseña y aplican dos tareas para el fortalecimiento del pensamiento variacional, específicamente en temas de generalización y razonamiento algebraico.

Finalmente se presenta una tarea que enfatiza en el análisis y conjeturas que puedan dar las niñas en torno a una situación en particular. Se debe resaltar que todas las tareas diseñadas se trabajarán en equipo con el ánimo de fortalecer otros procesos como lo es el comunicativo y argumentativo.

2.4 Población y Muestra

La población objeto del presente Trabajo Final son los tres grupos de cuarto del Colegio La Enseñanza ubicado al sur de la Ciudad Medellín, con edades que oscilan entre los 9 y 10 años con familias pertenecientes a los niveles socioeconómica cinco y seis.

2.5 Delimitación y Alcance

El alcance del presente Trabajo Final de Maestría se centra en que por medio de las tareas diseñadas para fortalecer procesos en el pensamiento variacional las niñas logren dar solución a problemas de su cotidianidad partiendo de la formación de las categorías que subyacen del análisis mismo.

Proporcionará ideas para la renovación de los planes generales de matemáticas del Colegio Compañía de María- La Enseñanza y aportará para la metodología del grado.

También se convertirá en un insumo para docentes locales e internacionales que se encuentren interesados en hacer cambios en la enseñanza de la matemática en la educación básica primaria con el diseño de tareas que permiten fortalecer el pensamiento variacional.

2.6 Cronograma

A continuación se muestra la tabla que contiene la planificación de actividades de acuerdo a las fases descritas en el método, seguida de su respectivo cronograma.

Tabla 8 Cronograma de Actividades

Fase	Objetivos	Actividades
Fase 1: Caracterización	Identificar las dificultades que presentan las estudiantes de cuarto del Colegio La Compañía de María – La Enseñanza – Medellín, en cuanto a situaciones de variación y solución de problemas a través de las evaluaciones diarias programadas por el Colegio y las observaciones de clase. Analizar los resultados diagnósticos como insumos para el diseño de tareas que inciten a la generalización y razonamiento algebraico.	1.1. Diseñar y aplicar las evaluaciones diarias. 1.2. Analizar los resultados de las evaluaciones de exploración a partir de los marcos de referencia para el diseño de las tareas. 1.3 Sistematizar las observaciones de las actividades de clase.
Fase 2: Diseño	Diseñar tareas que aporten elementos para fortalecer procesos de generalización y de razonamiento algebraico a la luz de potenciar el pensamiento variacional.	2.1. Diseño de una tarea diagnóstica para observar la manera en cómo las estudiantes razonan ante un problema cotidiano. 2.2. Diseño de varias

		tareas que permiten fortalecer diferentes procesos del pensamiento variacional.
Fase 3: Intervención en el aula	Intervenir en el grado cuarto del Colegio La Enseñanza con diversas tareas y analizar sus respuestas.	3.1. Aplicar en el aula las tareas diseñadas.
Fase 4: Evaluación	Analizar los resultados obtenidos a la luz de la teoría de solución de problemas por medio del planteamiento de tareas y trabajo en equipo.	4.1. Análisis de los aspectos observados durante la resolución de las tareas desde el alcance que se tuvo en cuanto a fortalecer el pensamiento variacional.
Fase 5: Conclusiones y recomendaciones	Verificar el alcance de la propuesta con base en los objetivos planteados y la intervención realizada.	5.1. Elaborar conclusiones teniendo como base los resultados obtenidos. 5.2. Proponer recomendaciones a partir de los análisis realizados para próximas implementaciones.

3 Capítulo III: Sistematización de la Información

3.1 Resultados y Análisis de la intervención

3.1.1 Diagnóstico

Es importante aclarar que las tareas diseñadas en este Trabajo Final de Maestría surgen a partir de la observación de las actividades realizadas en las clases y los resultados obtenidos de las evaluaciones diarias.

Para la aplicación de estas tareas en cada uno de los grupos del grado cuarto, las estudiantes fueron organizadas en subgrupos de trabajo el cual favoreciera el trabajo en equipo y la comunicación asertiva.

3.1.2 Análisis de las Evaluaciones Diarias y Observación de una actividad de clase.

Objetivo

- Identificar los conceptos matemáticos que poseen las estudiantes por medio de las evaluaciones diarias llevadas a cabo por el cronograma del Colegio.
- Reconocer las posibles soluciones dadas por las estudiantes ante un problema.

Desarrollo de las Evaluaciones Diarias

- Al realizar las evaluaciones diarias se proponían algunas situaciones las cuales invitaban a una mirada diferente de la matemática ya que era la aplicación de diferentes conceptos para dar respuesta a una situación real.
- Cada evaluación tuvo una duración de 40 minutos aproximadamente, la cual es agendada desde el inicio del año.(Ver anexo #1)

Desarrollo de una actividad de clase

- La actividad comienza con la pregunta ¿Sabes que es un metro cúbico?. A las niñas se les mostró con cajas la representación espacial del mismo. Después se interrogó por ¿Cuántos m^3 de agua se gasta mi familia? Por lo que la primera responsabilidad se centró en traer a la clase la cuenta de servicios para poder realizar la lectura correspondiente. En el tablero se escribieron los datos de cada una de las familias, al igual que el número de integrantes. Posteriormente se realizó una lectura de la página virtual de epm. Se les mostraba el balance de cuál era la cantidad de metros cúbicos que una familia en la ciudad de Medellín debería gastar. Seguido de esto, cada una identificó que tan lejos se encontraba del dato, para luego hacer el promedio de los metros cúbicos que eran gastados por las familias de cada uno de los cuartos. Al finalizar se realizó una reflexión y se aclararon los conceptos matemáticos que intervinieron allí. (Ver anexo #2)
- A través de esta actividad en la clase se pudo observar la falta de credibilidad de la relación existente la matemática y su cotidianidad.
- Con estas tareas grupales se da inicio a un cambio en las metodologías utilizadas.

3.1.3 Dos tareas para el fortalecimiento del Pensamiento Variacional en Primaria.

¿Cuántos saludos hay?

Objetivos

- Analizar las soluciones dadas por las estudiantes al resolver la situación problema.
- Tomar postura frente al resolver una situación problema por medio de procesos de generalización.

Desarrollo

- Las estudiantes se organizaron en grupos de mayor afinidad pero con un máximo de 5 integrantes. A cada uno de ellos se les dio una guía. En primera medida era necesario la lectura y proponer soluciones. (Ver anexo #3)
- Esta tarea tiene una duración de 3 horas.
- Permite el desarrollo de la habilidad comunicativa e interpretativa, puesto que por medio de diferentes sistemas de representación, la estudiante es capaz de dar a conocer su idea.
- Fortalece además la toma de datos y sistematización en tablas, el manejo de diferentes operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) y representaciones geométricas.
- Potencia la descripción de patrones y regularidades de la situación.
- Establece una aproximación a la Generalización.

¿Cuántas estampillas tienen cada sobre?

Objetivos

- Observar la actividad de trabajo en equipo al solucionar la situación.
- Analizar las soluciones dadas por las estudiantes al resolver la situación.
- Analizar las propuestas argumentativas para dar a conocer sus soluciones.

Desarrollo

- Esta tarea se desarrollará en los mismos grupos de la tarea anterior y tiene una duración de 3 horas.
- A cada grupo se le dará un sobre con estampillas en su interior, el cual por medio de una representación en el tablero deberán encontrar la cantidad de estampillas ocultas en él.
- Después de esta dinámica se les dará una guía para plasmar cada una de las interpretaciones. (Ver anexo #4)

- Finalmente cada grupo deberá escribir una instrucción dirigida a otro grupo, comunicándole la forma en la que realizó cada ejercicio.
- Este tipo de tareas favorece procesos como la comunicación, resolución y razonamiento, además que por medio de la experimentación y manejo de material las estudiantes encuentran ello más real.
- Al finalizar el trabajo las estudiantes deberán evaluar las tareas.

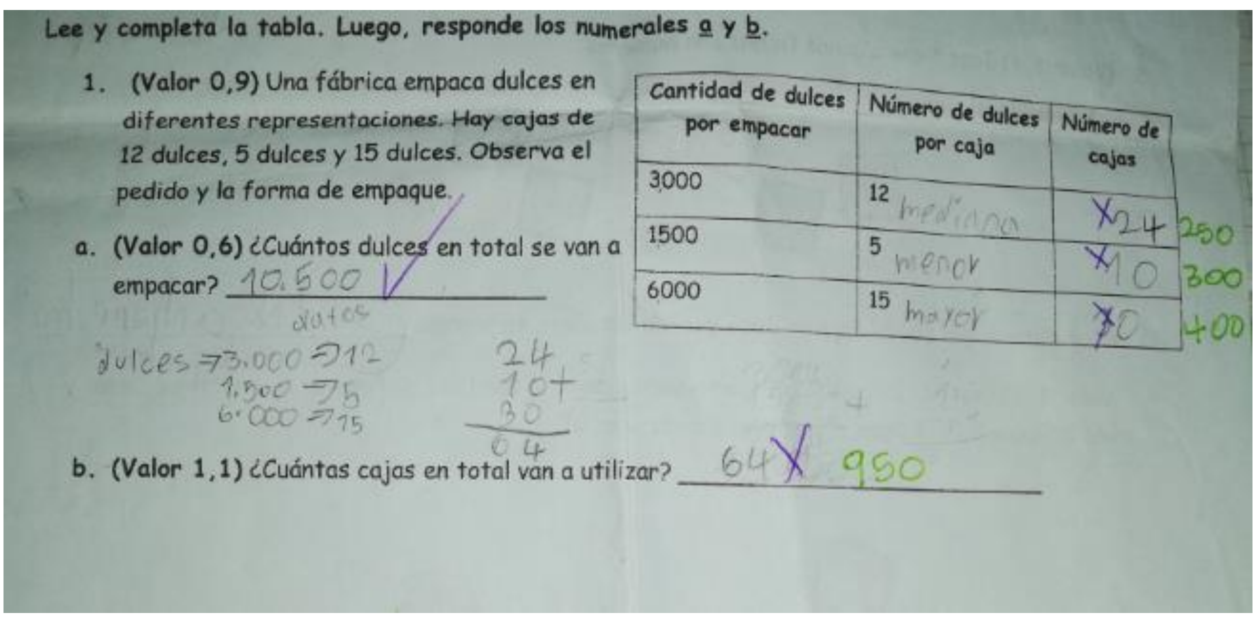
3.1.4 Análisis

3.1.4.1 Diagnóstico

Durante el desarrollo de estas evaluaciones diarias hubo un rechazo inmediato por parte de las estudiantes en resolver este tipo de problemas de corte interpretativo.

A continuación se presentan algunos ejemplos de lo que se está mencionando.

Figura 7 Ejemplo 1



Lee y completa la tabla. Luego, responde los numerales a y b.

1. (Valor 0,9) Una fábrica empaca dulces en diferentes representaciones. Hay cajas de 12 dulces, 5 dulces y 15 dulces. Observa el pedido y la forma de empaque.

Cantidad de dulces por empacar	Número de dulces por caja	Número de cajas
3000	12 mediano	24 250
1500	5 menor	10 300
6000	15 mayor	30 400

a. (Valor 0,6) ¿Cuántos dulces en total se van a empacar? 10.500 dulces

dulces 3.000 12
1.500 5
6.000 15

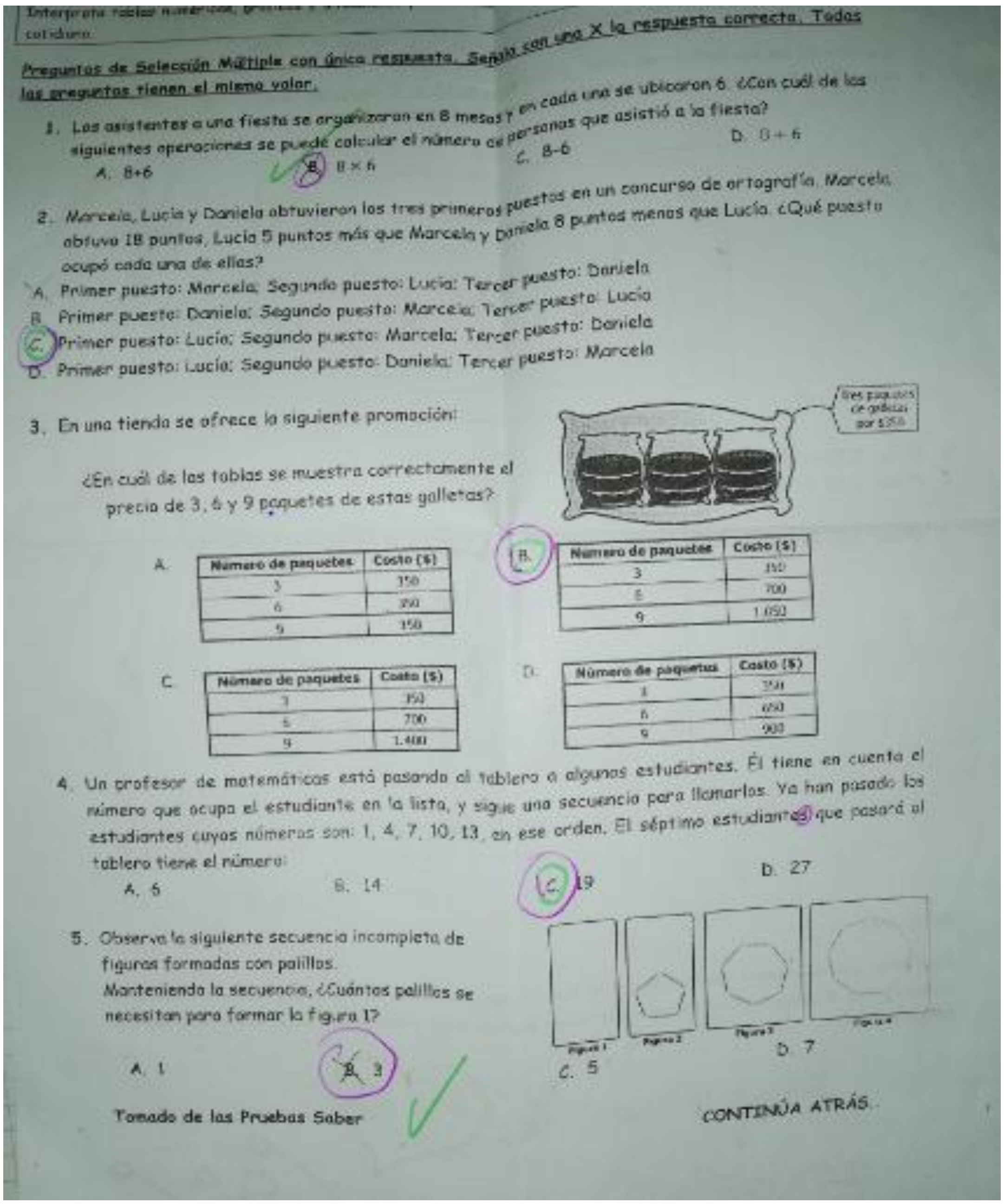
24
10
30
64

b. (Valor 1,1) ¿Cuántas cajas en total van a utilizar? 64 950

De acuerdo a la respuesta dada por la estudiante en el numeral “a”, se observa una solución correcta de la misma, la cual se remitía a una suma de la primera columna de la tabla.

Ahora bien, al continuar con la tarea de completar la tabla no logró identificar el número de cajas necesarias. La estudiante no fue capaz de reconocer la operación de la división en el ejercicio, pese a esto no logró responder de forma positiva el numeral “b” ya que este dependía de una correcta completación de la tabla. Estas preguntas fueron una aproximación a un ejercicio de razonamiento y de ejercitación.

Figura 8 Ejemplo 2



Preguntas de Selección Múltiple con única respuesta. Señala con una X la respuesta correcta. Todas las preguntas tienen el mismo valor.

1. Los asistentes a una fiesta se organizaron en 8 mesas y en cada una se ubicaron 6. ¿Con cuál de las siguientes operaciones se puede calcular el número de personas que asistió a la fiesta?
   A. 8+6 B. 8 × 6 C. 8-6 D. 8 ÷ 6

2. Marcela, Lucía y Daniela obtuvieron los tres primeros puestos en un concurso de ortografía. Marcela obtuvo 18 puntos, Lucía 5 puntos más que Marcela y Daniela 8 puntos menos que Lucía. ¿Qué puesto ocupó cada una de ellas?
   A. Primer puesto: Marcela; Segundo puesto: Lucía; Tercer puesto: Daniela
   B. Primer puesto: Daniela; Segundo puesto: Marcela; Tercer puesto: Lucía
   C. Primer puesto: Lucía; Segundo puesto: Marcela; Tercer puesto: Daniela
   D. Primer puesto: Lucía; Segundo puesto: Daniela; Tercer puesto: Marcela

3. En una tienda se ofrece la siguiente promoción:

¿En cuál de las tablas se muestra correctamente el precio de 3, 6 y 9 paquetes de estas galletas?

A.

Número de paquetes	Costo ($)
3	350
6	350
9	350

B.

Número de paquetes	Costo ($)
3	350
6	700
9	1.050

C.

Número de paquetes	Costo ($)
3	350
6	700
9	1.400

D.

Número de paquetes	Costo ($)
3	350
6	650
9	900

4. Un profesor de matemáticas está pasando al tablero a algunos estudiantes. Él tiene en cuenta el número que ocupa el estudiante en la lista, y sigue una secuencia para llamarlos. Ya han pasado los estudiantes cuyos números son: 1, 4, 7, 10, 13, en ese orden. El séptimo estudiante que pasará al tablero tiene el número:
   A. 6 B. 14 C. 19 D. 27

5. Observa la siguiente secuencia incompleta de figuras formadas con palillos.
   Manteniendo la secuencia, ¿Cuántos palillos se necesitan para formar la figura 1?
   A. 1 B. 3 C. 5 D. 7

Tomado de las Pruebas Saber

CONTINÚA ATRÁS

Este tipo de preguntas fueron tomadas de las pruebas saber. Se pudo establecer que es necesario fortalecer la comprensión y resolución de problemas, lectura e interpretación de información presentada en tablas y el reconocimiento del cambio en una secuencia de números.

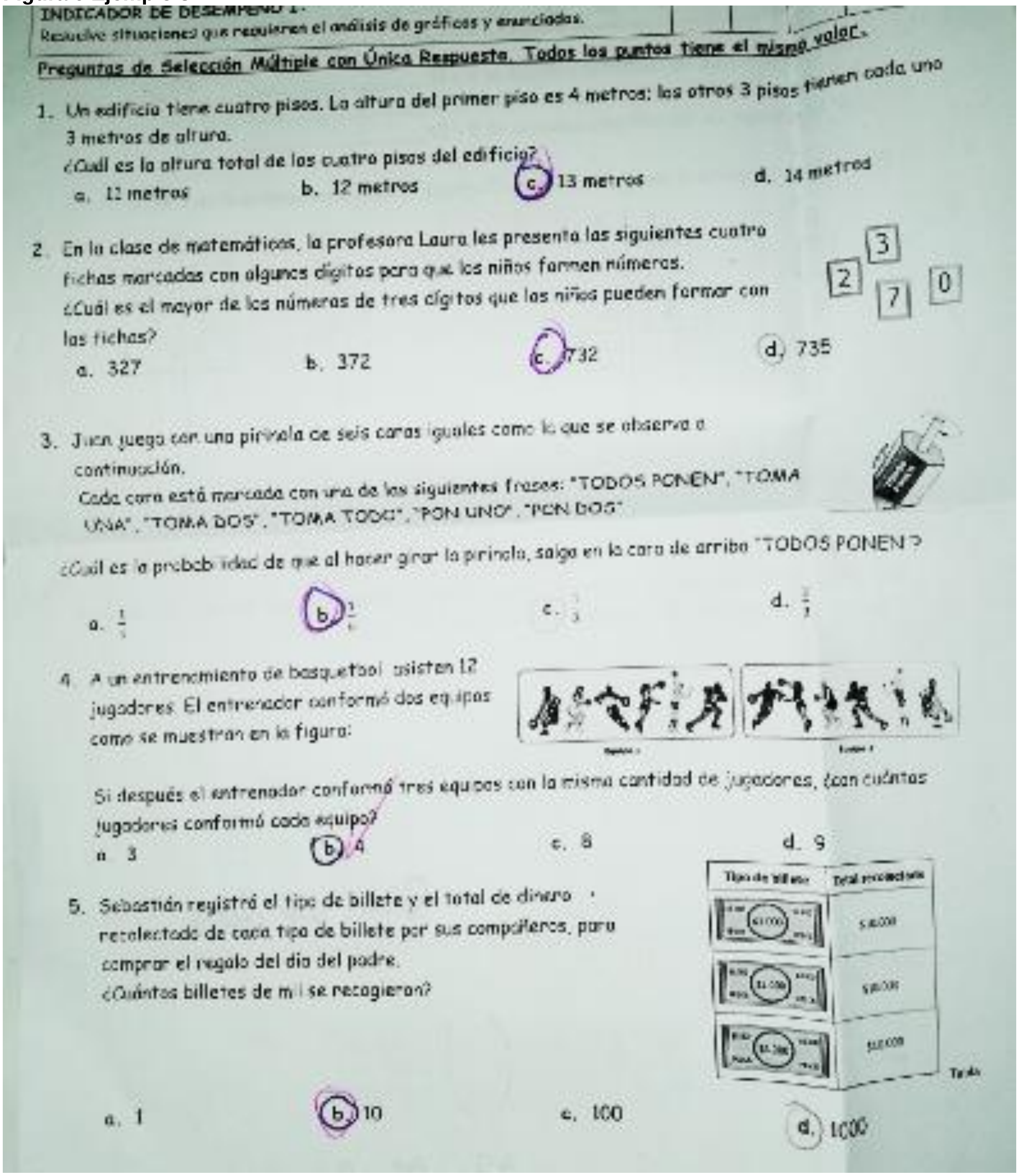
Con respecto al punto 2, el objetivo era identificar el puntaje de los participantes en el concurso, pero cada uno de los datos dependía de una restricción anterior. La obtención de un dato dependía del valor dado al anterior.

En el punto 3 era necesario identificar el comportamiento de los datos. Se daba la existencia de variables dependientes, sin embargo la estudiante no logró identificar el valor unitario de las galletas para continuar con el seguimiento de la tabla.

El punto 4, se presentó una secuencia de números, no se les preguntaba por el número que seguía sino por una posición futura. En este punto era fundamental encontrar la regularidad y de esta forma encontrar toda la secuencia. Se puede observar que la niña no lo alcanzó.

Uno de los aspectos que me parece extraño en los exámenes de las estudiantes, es que casi no hay rayones, o marcas de trabajo, por lo menos para identificar como fue el pensamiento que se tenía del problema.

Figura 9 Ejemplo 3



INDICADOR DE DESEMPEÑO 1:
Resuelve situaciones que requieren el análisis de gráficos y enunciados.

Preguntas de Selección Múltiple con Única Respuesta. Todos los puntos tiene el mismo valor.

1. Un edificio tiene cuatro pisos. La altura del primer piso es 4 metros; los otros 3 pisos tienen cada uno 3 metros de altura.
¿Cuál es la altura total de los cuatro pisos del edificio?
a. 11 metros b. 12 metros c. 13 metros d. 14 metros

2. En la clase de matemáticas, la profesora Laura les presenta las siguientes cuatro fichas marcadas con algunos dígitos para que los niños formen números.
¿Cuál es el mayor de los números de tres dígitos que los niños pueden formar con las fichas?
3 2 7 0
a. 327 b. 372 c. 732 d. 735

3. Juan juega con una pirinola de seis caras iguales como la que se observa a continuación.
Cada cara está marcada con una de las siguientes frases: "TODOS PONEN", "TOMA UNA", "TOMA DOS", "TOMA TODO", "PON UNO", "PON DOS"
¿Cuál es la probabilidad de que al hacer girar la pirinola, salga en la cara de arriba "TODOS PONEN"?
a. [illegible] b. [illegible] c. [illegible] d. [illegible]

4. A un entrenamiento de basquetbol asisten 12 jugadores. El entrenador conformó dos equipos como se muestran en la figura:
Si después el entrenador conformó tres equipos con la misma cantidad de jugadores, ¿con cuántos jugadores conformó cada equipo?
a. 3 b. 4 c. 8 d. 9

5. Sebastián registró el tipo de billete y el total de dinero recolectado de cada tipo de billete por sus compañeros, para comprar el regalo del día del padre.
¿Cuántos billetes de mil se recogieron?
Tipo de billete | Total recolectado
a. 1 b. 10 c. 100 d. 1000

Este examen también tuvo un diseño de preguntas tipo pruebas saber. La estudiante sólo respondió de manera correcta la número 4. Las otras preguntas fueron revisadas con ellas en la puesta en común. En este espacio ellas deben señalar la respuesta correcta con un color distinto al de la profesora. (En este caso la profesora corrigió con rosado y la niña con color negro).

Con respecto a la primera pregunta vuelve aparecer la dificultad en la resolución de problemas, en este caso se puede decir que es un ejemplo cercano a la realidad, el cual gráficamente es posible darle respuesta.

Aquí hay que atender al interrogante, ¿Cómo solucionan los problemas las niñas?, en los exámenes se puede observar que tampoco hay una propuesta de representación de cada una de las situaciones (Durante el momento del examen las estudiantes sólo pueden entrar lápiz, borrador y sacapuntas, por lo que pensar en una hoja de trabajo no es posible).

Se hace necesario puntualizar en las clases en las diferentes formas de respuesta que se pueden dar ante una situación y durante la puesta en común enfatizar en que la escritura es una opción en el momento de comenzar con la solución de una actividad.

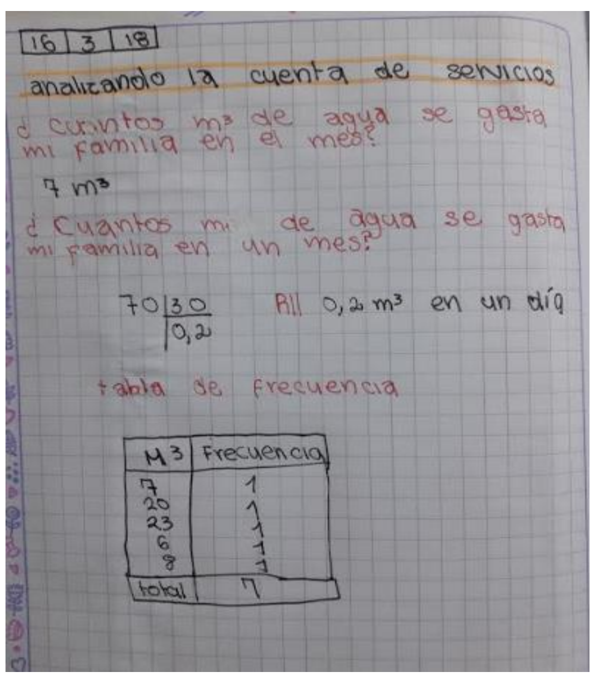
Posteriormente, con la actividad presentada sobre el análisis de las cuentas de servicios, se rescata que, todas las estudiantes del grado cuarto trajeron a la clase de matemáticas la cuenta de su hogar y en su mayoría sus padres ya les habían suministrado un primer acercamiento a la misma.

En la primera parte de la actividad que era centrada en la visualización de un metro cúbico, las estudiantes quedaron sorprendidas por observar esa cantidad de volumen que aunque era trabajada en geometría no había una relación con ejercicios cotidianos. Es pues que, con ayuda de varias cajas, se logró construir un cubo que representada un metro cúbico. A continuación se evidencia en la siguiente imagen el momento en que se procedía a formar el cubo:

Figura 10 Formación de un Metro cúbico

Posteriormente, se continúa con recoger los datos, sobre el total de metros cúbicos gastados por cada familia, realizando a la vez el análisis sobre el total agua (m^3) consumida en un día. Con la realización de esta actividad se observa una gran motivación, participación y apertura con el ejercicio, en gran parte el análisis de datos reales y cercanos a los estudiantes posibilitó una comprensión de la "media" o "promedio" como medida de tendencia central.

Figura 11 Analizando la Cuenta de Servicios



16 | 3 | 18

analizando la cuenta de servicios

¿ cuantos m³ de agua se gasta mi familia en el mes?

7 m³

¿ Cuantos m de agua se gasta mi familia en un mes?

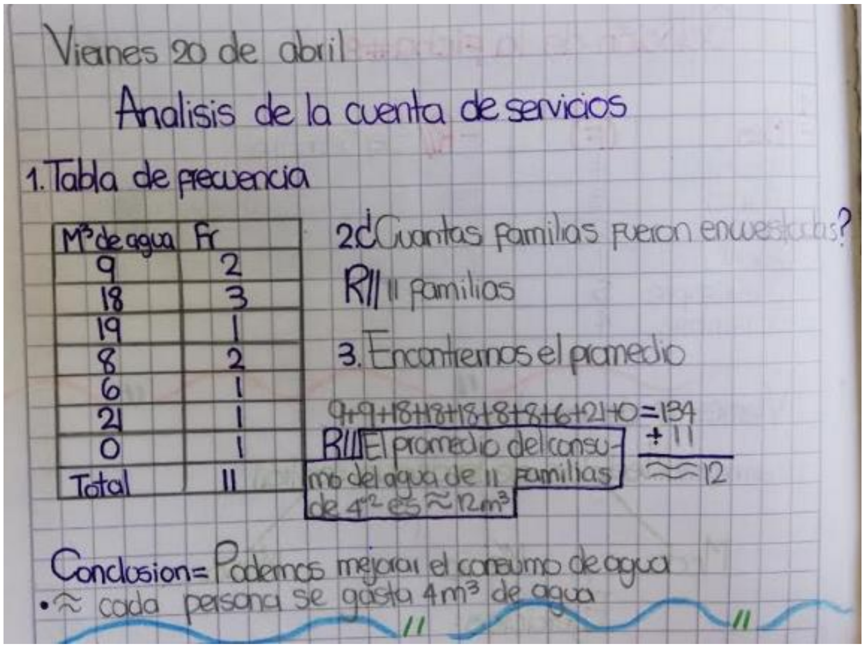
70 | 30
0,2

R// 0,2 m³ en un día

tabla de frecuencia

M³	Frecuencia
7	1
20	1
23	1
6	1
8	1
total	7

Figura 12 Análisis de la Cuenta de Servicios



Con este tipo de actividad se logró despertar el interés de las estudiantes, lograr una mayor participación, socializar los resultados que cada una obtuvo, para que, finalmente, se realice una reflexión en torno al consumo del agua.

Según la página de las empresas públicas de Medellín "Una persona consume en promedio 3.8 metros cúbicos de agua al mes. Es decir, que en una familia de 4 personas, el consumo promedio mensual debe ser aproximadamente de 15.4 metros cúbicos de agua." (epm).

El grado cuarto extrajo las siguientes conclusiones:

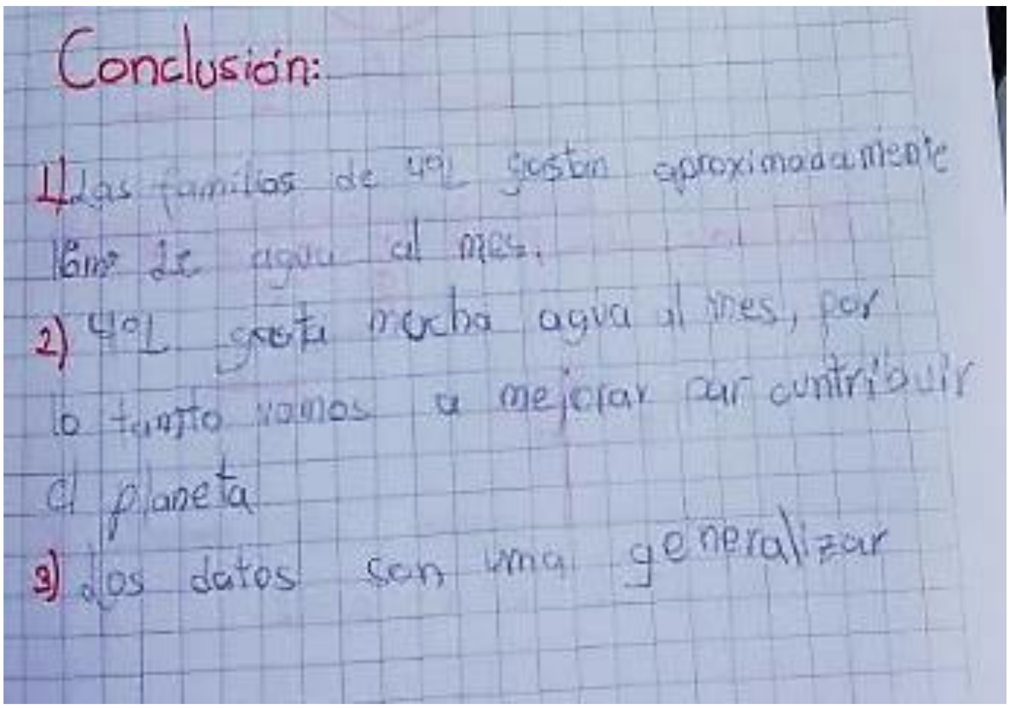
- Algunas de las familias se encuentran muy por encima del promedio dado por epm, esto se debe a que es importante tener en cuenta el número de personas que viven en una casa.

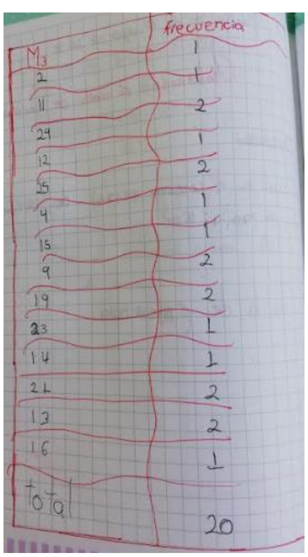
  Con esta reflexión se concluye que hay un manejo de variables las cuales afectan el resultado final de una situación. Por ejemplo, el número de personas que viven en una misma casa influye en el promedio de agua consumido.

- También se proponen diferentes estrategias para el ahorro del agua en cada uno de los hogares, obteniendo una reflexión ambiental a partir de un análisis matemático.

A continuación, se presenta un ejemplo de respuesta de una estudiante, como recomendación para un grupo en específico:

Figura 13 Consideraciones de las Estudiantes





Con esta actividad se encuentran en juego los conceptos de suma, multiplicación, división, promedio, construcción de tablas de frecuencias.

- La suma, la multiplicación y la división fueron operaciones que sirvieron de apoyo para la solución de la situación.
- La construcción de la tabla de frecuencias fue una propuesta de una estudiante para organizar la información:

Figura 14 Tabla de Frecuencias

- La situación se convirtió en la excusa para enseñar el concepto de promedio en el grado cuarto.

A su vez potencia habilidades comunicativas, argumentativas e interpretativas y finalmente fortalece procesos como lo es el razonamiento a partir de la relación de varios pensamientos matemáticos.

3.1.4.2 Tareas

- **¿Cuántos saludos hay?**

Con respecto a la tarea de los saludos, ésta fue realizada en quipos pero cada una de ellas tenía la guía.

Se observó una barrera para dar inicio a la solución de la situación, puesto que cuando las estudiantes se enfrentan a problemas más cercanos a su realidad sienten temor y no saben cómo comenzar.

A diferencia de la situación del consumo del agua presentada anteriormente, las niñas tenían una percepción matemática ya que de inmediato propusieron organizar los datos. Sin embargo, ante esta situación se les dificultó realizar una representación de cualquier tipo, de la misma.

Esta situación de los saludos es una propuesta del profesor John Jairo Múnera [3]como ejemplo de una situación problema, sin embargo la forma de aplicación tuvo variaciones ya que desde el inicio se mantuvo el trabajo en equipo, y siempre una apuesta por comunicar sus conclusiones.

Ahora bien, para romper el hielo se da inicio a una simulación de la situación para poder comprenderla.

[3] El profesor Jhon Jairo Múnera es colombiano, es magister en psicopedagogía. Ha participado en varias investigaciones en educación haciendo énfasis en el pensamiento numérico.

Se logró dar respuesta fácilmente a los puntos 1,2,3, sin embargo encontrar los saludos totales de 36 niños fue difícil. Lo anterior se puede evidenciar el siguiente diálogo:

Docente: “Si somos dos niñas, vamos a saludarnos” (Se hace la simulación de saludo la docente con una niña)

Docente: “¿Cuántos saludos hay?

Estudiantes:”1”

Docente: “Ahora, si somos tres niñas, vamos a saludarnos. Yo me saludo con ella y con ella, y luego se saludan entre ellas. ¿Cuántos saludos hubo?”

Estudiantes: “3”

Docente: “Debe quedar claro que, si saludo a una de ellas, ellas no me tienen que devolver el saludo. Ahora probemos con 4” (Sale otra estudiante a participar de la dinámica)

Estudiante: “Es como las diagonales en geometría no se pueden repetir, (…) si ya hicimos de un vértice a otro no se puede volver a repetir”

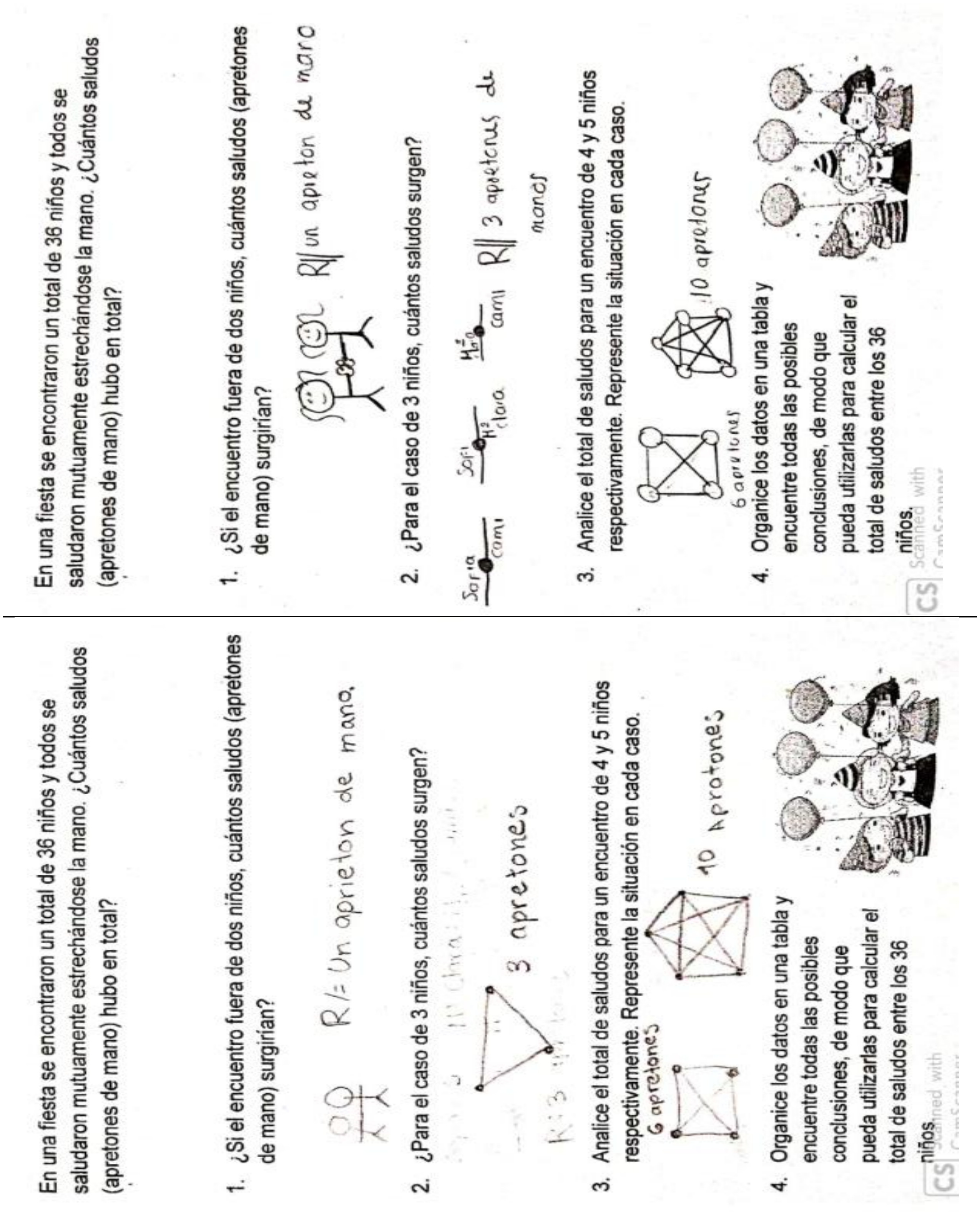
Docente y Estudiantes: Al saludarnos entre todos se van contando los saludos.

Docente: “¿Cuántos saludos hay entonces para 4 personas?”

Estudiantes: “6”

Después de realizar esta dinámica, hubo una mayor comprensión de lo que se estaba pidiendo con el ejercicio y procedieron a realizar la guía. Algunas muestras de las respuestas de las niñas en cuanto a la situación:

Figura 15 Tarea de las Estudiantes



En una fiesta se encontraron un total de 36 niños y todos se saludaron mutuamente estrechándose la mano. ¿Cuántos saludos (apretones de mano) hubo en total?

1. ¿Si el encuentro fuera de dos niños, cuántos saludos (apretones de mano) surgirían?

R/= Un aprieton de mano.

2. ¿Para el caso de 3 niños, cuántos saludos surgen?

3 apretones

3. Analice el total de saludos para un encuentro de 4 y 5 niños respectivamente. Represente la situación en cada caso.

6 apretones

10 Aprotones

4. Organice los datos en una tabla y encuentre todas las posibles conclusiones, de modo que pueda utilizarlas para calcular el total de saludos entre los 36 niños.

En una fiesta se encontraron un total de 36 niños y todos se saludaron mutuamente estrechándose la mano. ¿Cuántos saludos (apretones de mano) hubo en total?

1. ¿Si el encuentro fuera de dos niños, cuántos saludos (apretones de mano) surgirían?

R// un apreton de mano

2. ¿Para el caso de 3 niños, cuántos saludos surgen?

Sofia cami Sofi clara cami

R// 3 apretones de manos

3. Analice el total de saludos para un encuentro de 4 y 5 niños respectivamente. Represente la situación en cada caso.

6 apretones

10 apretones

4. Organice los datos en una tabla y encuentre todas las posibles conclusiones, de modo que pueda utilizarlas para calcular el total de saludos entre los 36 niños.

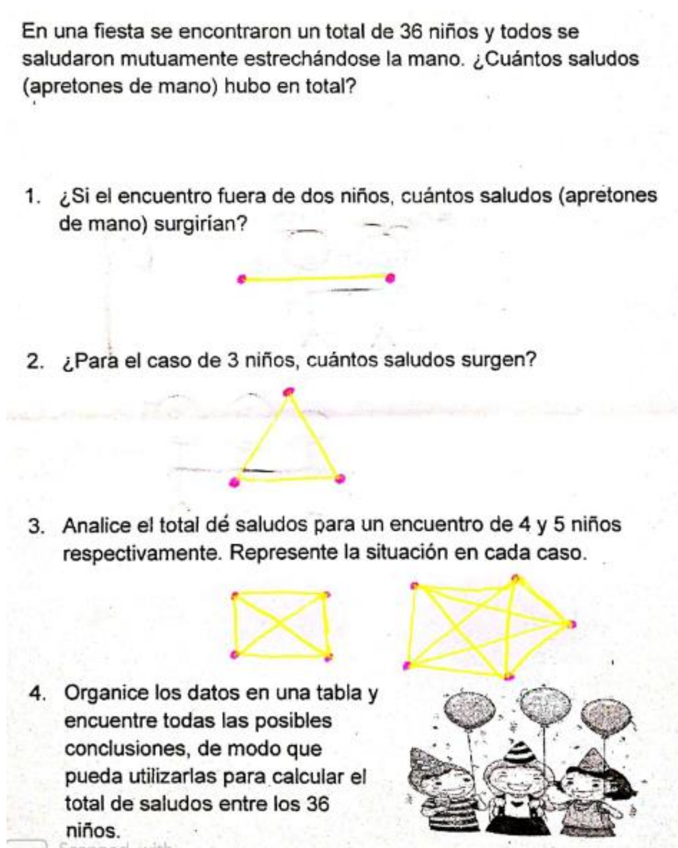
En estos ejemplos se observa que la estudiante inicia realizando el ejercicio con muñequitos, pero en los puntos 2 y 3 cambio su representación a puntos, como facilidad para establecer las diagonales. Esto se puede concluir de las siguientes expresiones dadas por las niñas:

Estudiante: “En el primero, como eran poquitos hice dos muñecos. Ya son muchos, entonces si hago puntos termino más rápido”

Estudiante: “Dibujar los saludos es más fácil con puntos, porque terminan formando las diagonales”

A continuación se presenta otro ejemplo donde se muestra que desde el inicio la estudiante contó con el recurso geométrico:

Figura 16 Tarea de las Estudiantes


En una fiesta se encontraron un total de 36 niños y todos se saludaron mutuamente estrechándose la mano. ¿Cuántos saludos (apretones de mano) hubo en total?

1. ¿Si el encuentro fuera de dos niños, cuántos saludos (apretones de mano) surgirían?

2. ¿Para el caso de 3 niños, cuántos saludos surgen?

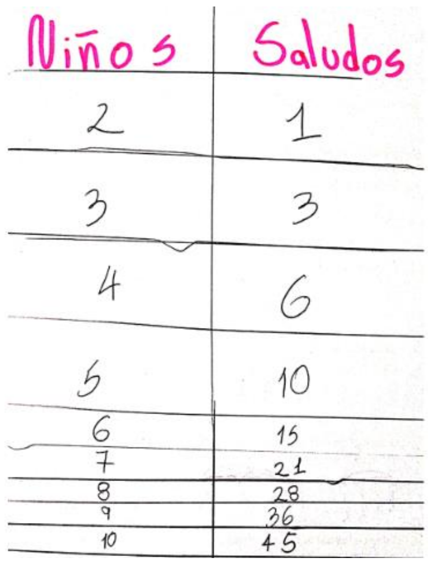
3. Analice el total de saludos para un encuentro de 4 y 5 niños respectivamente. Represente la situación en cada caso.

4. Organice los datos en una tabla y encuentre todas las posibles conclusiones, de modo que pueda utilizarlas para calcular el total de saludos entre los 36 niños.

Scanned with

Después de realizar los puntos 1,2 y 3 se procede a sistematizar la información y se empieza a encontrar la regularidad de la tabla.

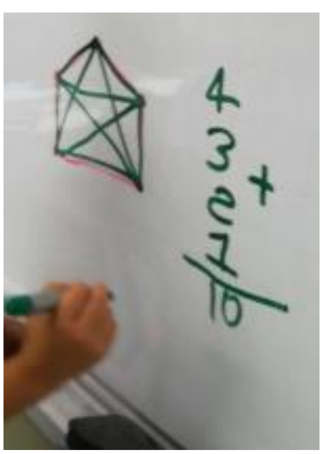
Figura 17 Sistematización de los datos



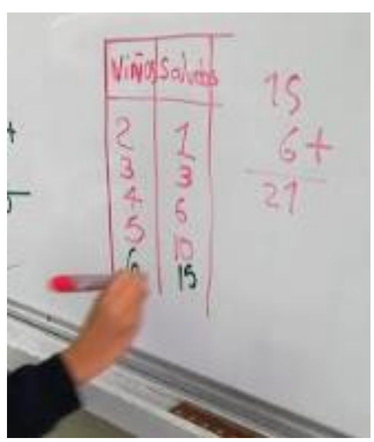
Después salen algunas estudiantes al tablero para lograr entre todas contestar la pregunta inicial del problema, ¿Cuántos saludos hay con 36 niños?:

Figura 18 Ejemplos de los avances de las niñas

1.



2.



3.

En la primera imagen se puede observar una técnica para encontrar los saludos dependiendo de la cantidad de personas, en donde se relaciona con el cálculo de las diagonales.

La estudiante descubre un patrón que le permite encontrar el número de saludos para una cantidad “n” de personas. Este consistía en que al realizar la primera persona el saludo, éste contaba con el máximo número de saludos que se podía obtener, por lo que los otros obtenían un número menor, los cuales podían escribirse en orden descendente.

Esta aproximación de la estudiante corresponde a un tipo de generalización contextual, ya que utiliza conceptos geométricos para darle sentido una situación real.

A raíz de éstos la estudiante concluye que para obtener el total de saludos para cualquier cantidad de personas, basta con sumar: “los lados y las diagonales de un polígono”

Con respecto a la segunda imagen y tercera imagen se evidencia como las niñas logran descubrir una regularidad en la tabla y sin problema son capaces de encontrar el número siguiente.

Ellas concluyen que, si sumamos el números de niños (correspondiente a la primera columna) con el total de saludos respectivos (Segunda columna) nos da el resultado del número de saludos de la cantidad de niños que continúa en la serie.

Después de ello, surge el siguiente conversatorio:

Docente: “¿Habrá una manera de encontrar el número total de saludos para 36 niños, sin la necesidad de encontrar los resultados de todos los números de la tabla?”

Estudiante: “Déjanos pensar”

Después de un largo periodo en que las niñas conversaban al interior de cada grupo, la docente dijo: “¿Encontraron la respuesta?”

Estudiante: “Se debe encontrar una regla”

Docente: “Muy bien y cuál”

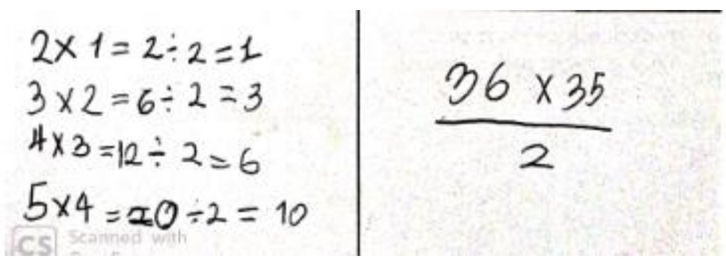
Estudiante: “Se debe multiplicar un número por su anterior”

Al probar esta respuesta, ellas observaron que le hacía falta algo más a esa regla, además de que su resultado era el doble de lo que necesitaban.

Estudiante: “Se debe dividir por 2, ya que sólo estamos contando un saludo”

Y finalmente, por medio de una construcción grupal se logró llegar a esto:

Figura 19 Encontrando una regularidad



Para finalizar una de las niñas se toma la vocería y realiza la siguiente explicación:

Figura 20 Conclusión Final de las niñas

Estudiante: “En el 2 debe de ir 36 y en el 1 debe de ir el 35 y da la cantidad de saludos”

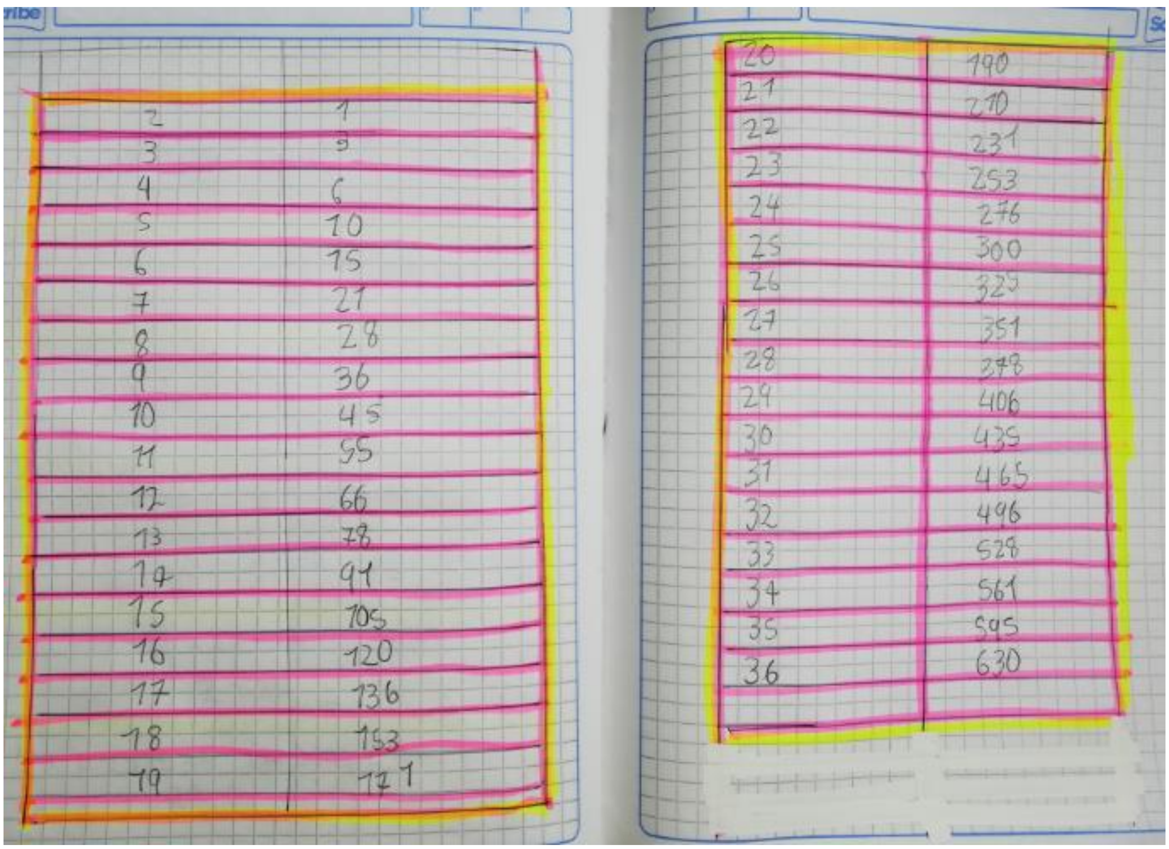
Docente: “Muy bien”

Estudiante: “Yo quiero comprobar la información completando toda la tabla”

Docente: “Termina la tabla”

Estudiante: “ok”

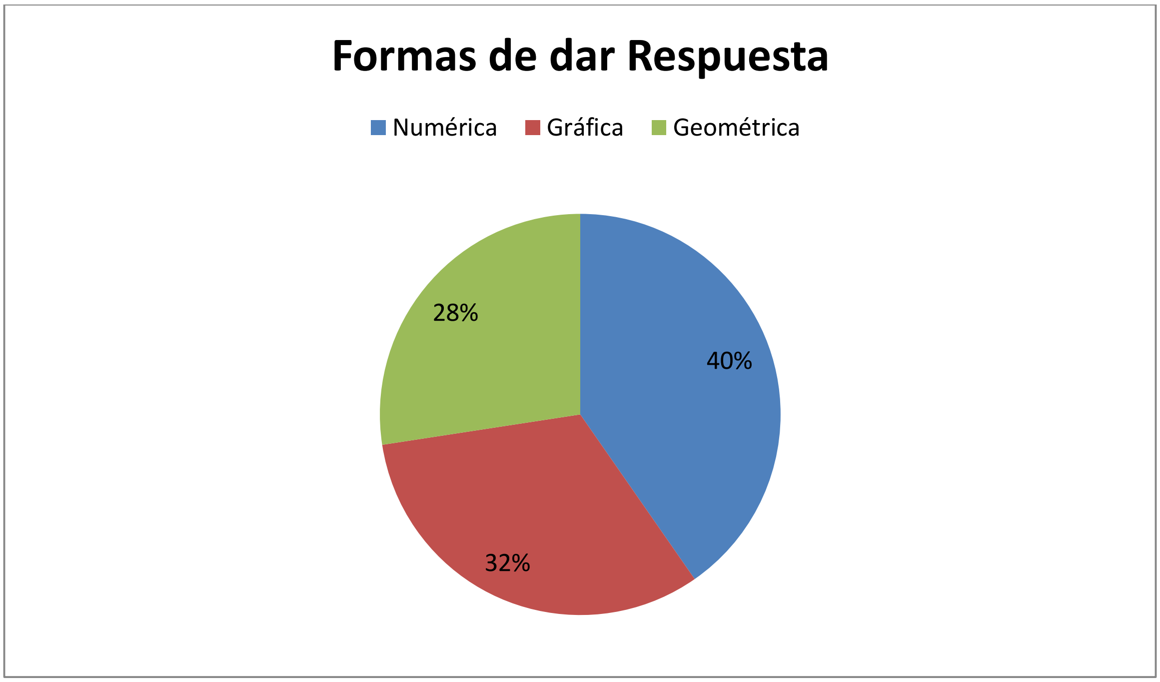
Figura 21 Tabla construida por las estudiantes.



Con esta tabla las estudiantes comprobaron la validez de la regla que encontraron, la cual tenía como objetivo generalizar la situación.

Realizando un análisis de sus respuestas, se extrajo que algunas de las estudiantes responden de manera numérica, otras de forma gráfica y otras se apoyan en la geometría, por lo que es de vital importancia que el contexto posibilite una expresión de diferentes formas de los resultados, además que favorezca las distintas formas en las que cada una comprende su entorno posibilitándole su aprendizaje. A continuación se representa la situación:

Gráfica 1 Cómo analizan las niñas



Al analizar esta situación se rescatan los tres componentes base para el fortalecimiento del pensamiento variacional en primaria, tales como:

Tabla 9 Análisis de la Situación de los Saludos

Generalización	- Ante esta situación se hace visible lo expuesto por Vergel al puntualizar en que la primera expresión de generalidad hace referencia al lenguaje natural y formas de expresión de las estudiantes. Esto se hace evidente en la dramatización que tocó realizar previamente para comprenderla mejor. Al igual, que los dibujos representativos de simulación en las guías.

	- Sin lugar a duda se entiende el proceso de generalización para esta situación dispuesto desde lo particular a lo general. Aunque el planteamiento inicial partía desde lo macro, fue necesario reducir a preguntas que orientaran el trabajo. - Según los tipos de generalizaciones de Radford, se evidencia para esta población una progresión en cuanto a la aplicación de la misma. Es decir, se inicia con la generalización factual por medio de los gestos y de las dramatizaciones que se dieron. Posteriormente, se continúa con la contextual, en este caso ya hay una comprensión mayor del enunciado recurriendo a la escritura como tal. Finalmente se evidencia la generalización simbólica, al establecer una regla que permitiera darle solución al problema.
Razonamiento Algebraico	- Avanzar en este tipo de razonamiento conlleva a la utilización de diferentes herramientas que permitan solucionar cualquier problema, tales como la exploración, la representación y validación. Estas fueron necesarias para la solución de la situación de los saludos, las cuales posibilitaron una discusión en el grupo de trabajo fortaleciendo a su vez, la habilidad comunicativa.
Patrones y Regularidades	- Uno de los aspectos más interesantes de este ítem se centra en que las estudiantes fueron las que propusieron las formas de representación de la situación, y a partir de ello, lograron

	encontraron las regularidades y conclusiones que ocurrían al respecto.

Otros Conceptos que subyacen de la práctica fueron:

Tabla 10 Conceptos Importantes

Formas de Representación	- Partiendo del referente conceptual de este trabajo, se propuso un esquema en el que se puntualizaba en cuatro formas de representación de los estudiantes, tales como: álgebra, oralidad, escritura y gestos. Ahora bien, al finalizar la tarea se puede concluir que hubo un alcance de las cuatro representaciones, unas en mayor grado que otras, pero se alcanzaron. En cuanto a la gestual y oral se hizo evidente en la parte inicial de la tarea, el poder expresar sus ideas posibilita ampliar el rango de posibilidades de solución de un problema. Las estudiantes recurrieron a la escritura y sistematización como camino para comprender la situación. Finalmente, aunque se logró establecer una regla para generalizar la situación, no hubo un proceso exhaustivo del álgebra. Aunque se lograron fortalecer habilidades para actividades futuras, como lo es la comunicación, la resolución y el razonamiento.
Pensamiento Espacial	- Esta tarea posibilitó establecer relación entre los pensamientos numérico, geométrico y variacional. Los conocimientos previos que tenían las estudiantes de la geometría pudo abrir las puertas para que ellas propusieran y

	validar las conclusiones que obtenían al respecto.

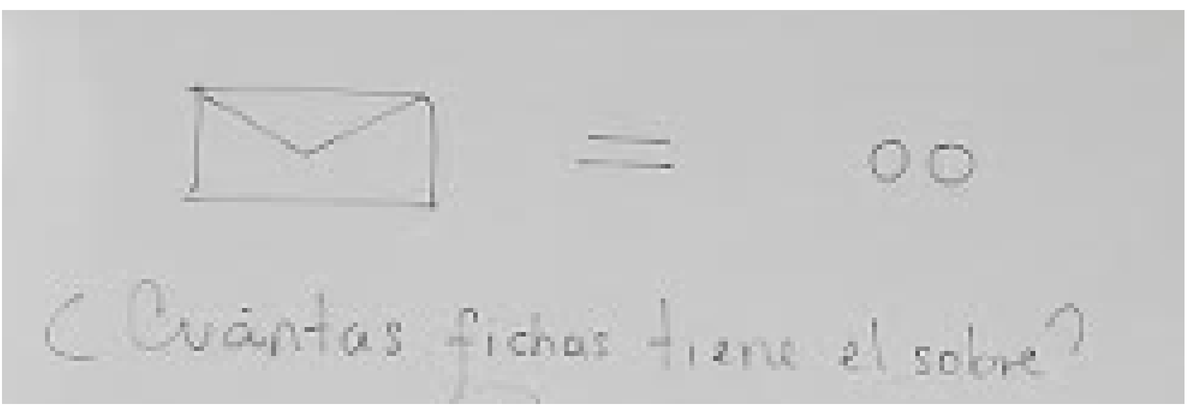
- **¿Cuántas estampillas tiene un sobre?**

Esta tarea también fue realizada en equipos. Se debe partir de la aclaración de que como conocimiento previo se trabajaron en matemáticas las ecuaciones, por medio de balanzas y juegos que permitieron utilizar de forma natural la propiedad uniforme.

En un primer momento se contó con un juego de sobres.

En el primer ejemplo a cada grupo se le dio un sobre con una cantidad desconocida de estampillas en su interior, además se les entregaron dos estampillas por separado. Se hizo la aclaración de que la cantidad de sobres era equivalente a la cantidad de estampillas, de la siguiente manera:

Figura 22 Introducción 1

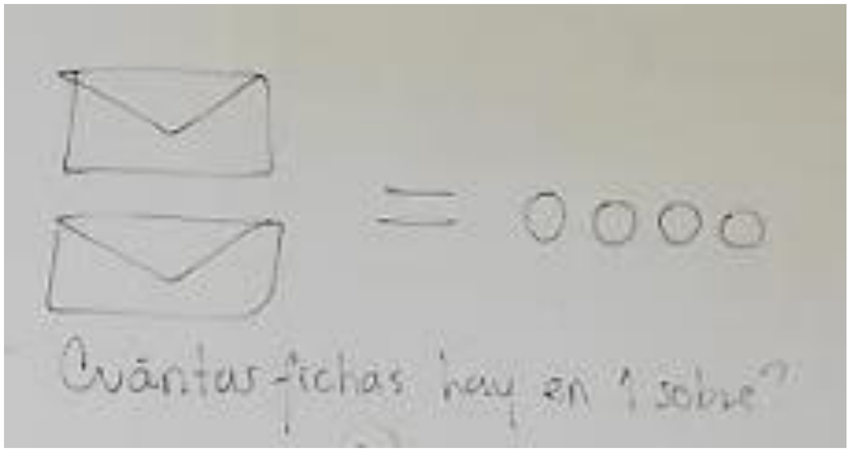


Este punto fue relativamente sencillo, ya que en su mayoría respondieron:

Estudiantes: “Profe, el sobre tiene 2 fichitas”

Este primer ejemplo fue ágil y con prontitud se pasó al siguiente:

Figura 23 Tarea Introducción 2



En este punto de la actividad las estudiantes tardaron un poco más del tiempo, pero finalmente dijeron:

Estudiante: “¿Todos los sobres tienen la misma cantidad?”

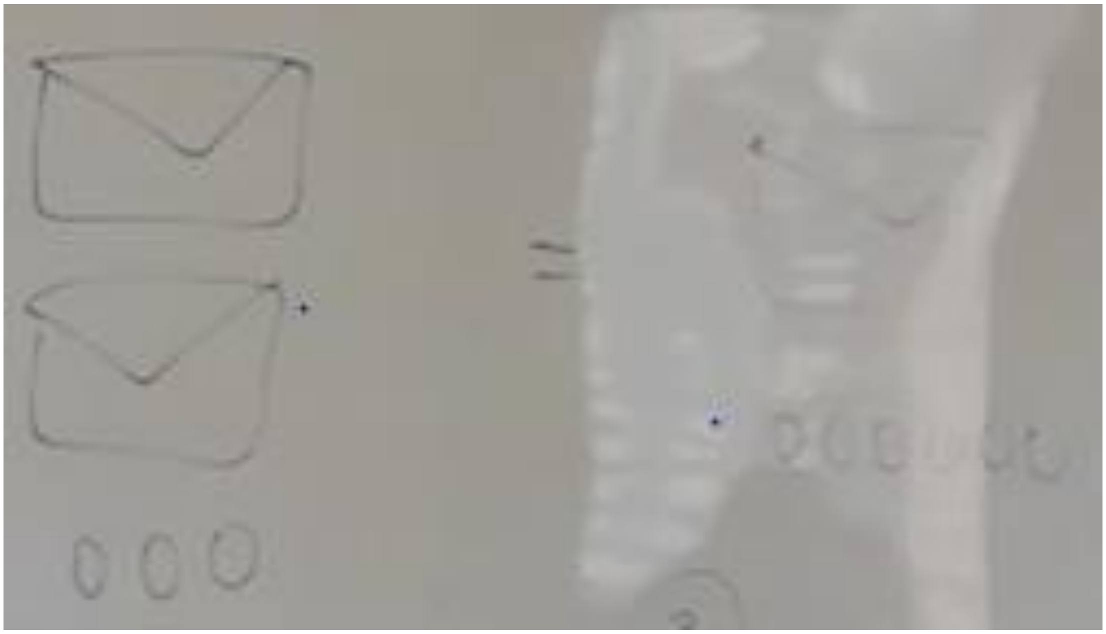
Docente: “Sí”

Estudiante: “Entonces puedo dividir 4 estampillas entre 2 sobres, y cada sobre tendría 2 fichitas”

Estos dos ejercicios los hicieron con mucha rapidez. La capacidad de abstracción y de comprensión de la situación fue avanzada. Contar con la posibilidad de destapar cada sobre y encontrar que en su interior sí había la cantidad exacta que ellas habían encontrado, les ocasionaba asombro.

El tercer ejemplo fue:

Figura 24 Introducción 3



En este punto, las estudiantes si se quedaron un poco más del tiempo requerido, hasta que una dijo:

Estudiante: “¿Es posible tachar sobres?”

Docente: “¿Cómo así?”

Estudiante: Yo puedo quitar un sobre de la izquierda con el sobre de la derecha, y las tres bolitas de la izquierda con 3 de la derecha.

Docente: “Si es posible”

Estudiante: “Ahhhh, bueno, entonces cada sobre tiene 3 bolitas”

Ante esta situación, se rescata el análisis que las estudiantes pueden realizar ante un problema y de alguna manera la propiedad uniforme es aplicada, aunque no fue mencionada como tal en este primer momento, el poder haber tenido un acercamiento previo a las ecuaciones posibilitó que ellas llegarán a esta conclusión. Ésta tiene una relación con la palabra “tachar” expresada por ellas.

Las formulaciones de solución propuestas por las estudiantes corresponden a diferentes formas de representación las cuales parten del primer contacto que se tiene con la matemática, la aritmética.

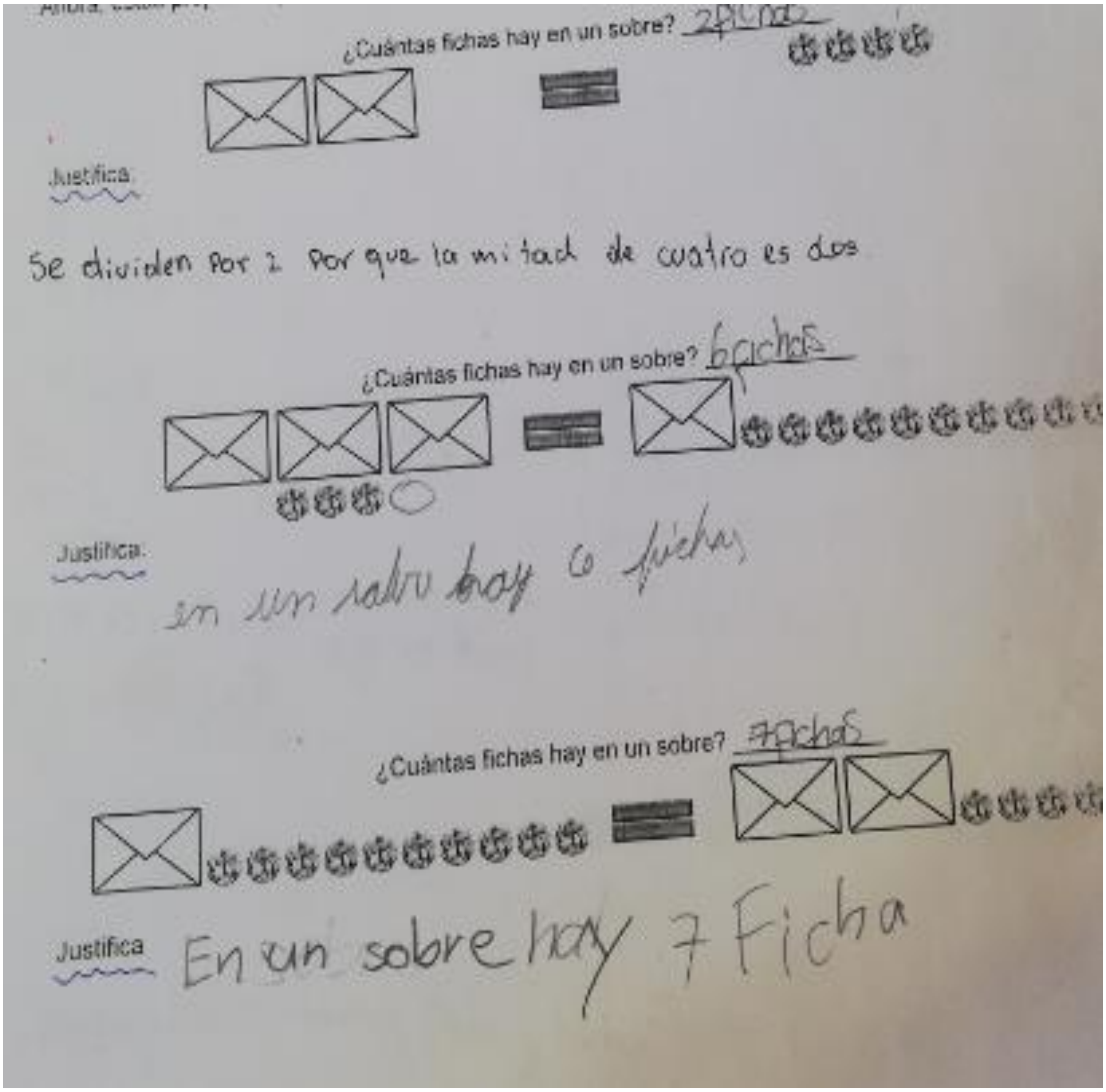
Partiendo de lo anterior, estas formulaciones se hacen evidentes con los gestos, las miradas y palabras que expresan de la situación.

Con respecto a la tarea de los sobres, la palabra “tachar” tiene una connotación muy importante si de pensamiento variacional se habla. Esto se debe al sentido que la estudiante le está dando a la situación, es decir, entiende el problema como una relación equivalente de un lado con el otro. Al comprender que, el lado izquierdo tiene la misma de cantidad de fichas que la del derecho, le proporciona la posibilidad de eliminar sin afectar dicha igualdad.

Según Vergel (2014) la acción de tachar le permite a los estudiantes poder establecer relaciones entre un conjunto con otro. Precisamente, esto es lo que ocurrió con el grupo de cuarto.

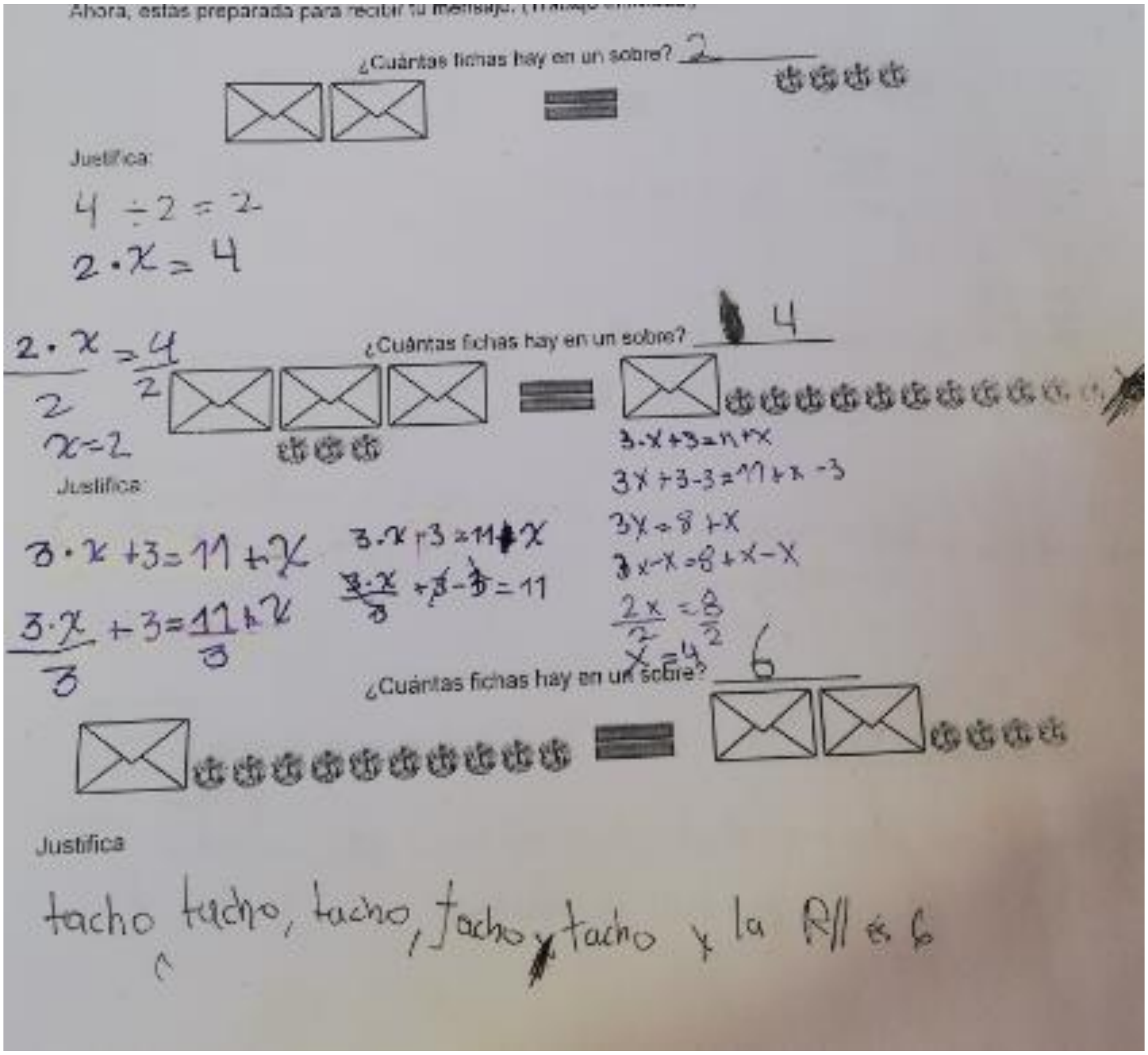
Al terminar esta introducción se les proporciona a cada grupo la guía (Ver anexo) y estas fueron algunas de las respuestas que se obtuvieron:

Figura 25 Ejemplo de respuesta 1



En este ejemplo, se observa que las estudiantes no plasman procesos numéricos para su solución, sin embargo dan cuenta de sus respuestas.

Figura 26 Ejemplo de respuesta 2



Este equipo sin embargo si plasma algebraicamente lo que encuentra. Ellas toman lo explicado previamente en algunas de las clases sobre la relación entre el lenguaje natural y el matemático. También el manejo de las balanzas en algunas actividades permitió que ellas relacionaran el concepto de equivalencia con el de los sobres[4].

Observemos que en el primer ejercicio inician con una división, lo cual tiene sentido, son embargo es mucho más interesante cuando lo expresan en términos de ecuación. Cuando evidencie lo que estaba allí escrito, les pregunte:

[4] Si se revisa el plan te matemáticas del grado cuarto, proporcionado con anterioridad, se puede observar el abordaje de unos temas. Los conocimientos previos permitieron un mayor avance en las conclusiones a las que llegaron las estudiantes.

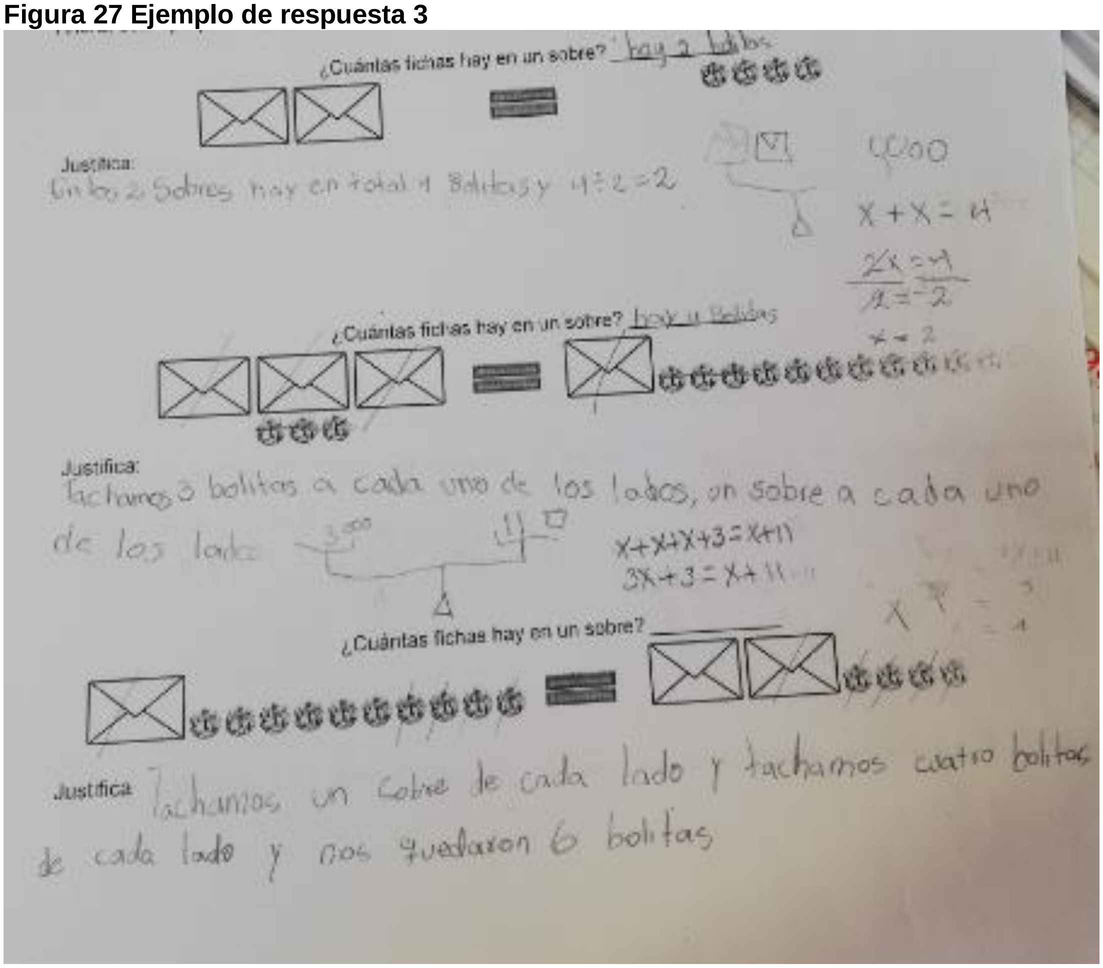
Docente: “¿Cuál es el significado de la (x)”

Estudiante: Es la cantidad de estampitas que tiene un sobre.

En el segundo ejercicio las estudiantes continuaron utilizando las ecuaciones para darle solución. Se observa que cuando la variable está a ambos términos de la igualdad las estudiantes tienen dificultades, sin embargo lograron sacar el ejercicio adelante.

En la realización del tercer ejercicio, recurrieron a la parte de visualización, ya que limitaron el trabajo a tachar en un lado y en otro la misma cantidad, sin darsen cuenta estaban aplicando la propiedad uniforme.[5]

Figura 27 Ejemplo de respuesta 3



[5] La propiedad uniforme ya se había explicado en la temática de ecuaciones de primer grado. Sólo un grupo me logró relacionar la palabra “tachar” con la propiedad uniforme.

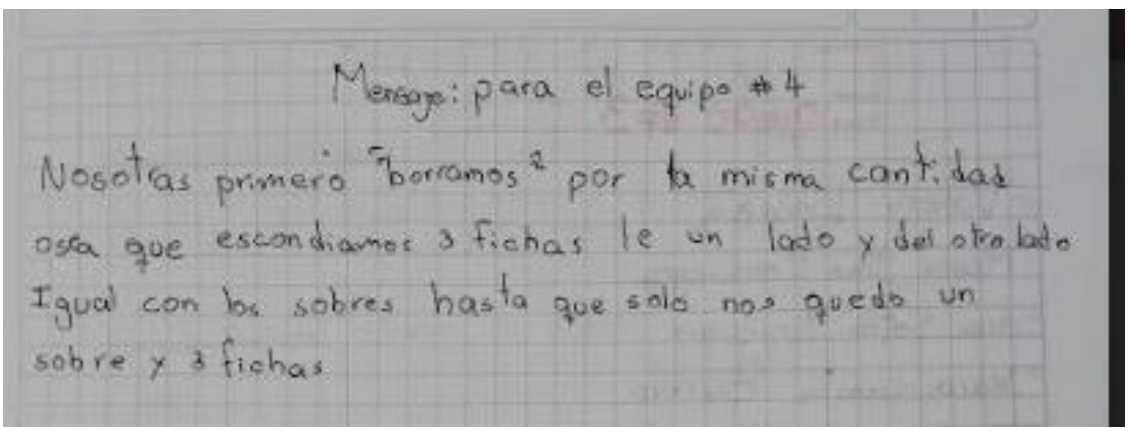
En este tercer ejemplo, también se observa que recurrieron a reemplazar los sobres con incógnitas. En el primer ejemplo tuvieron éxito ya que por medio de una balanza lograron establecer la cantidad de estampillas que tenía cada sobre,

En el punto dos intentaron también establecer una balanza pero no lograron concluirlo de forma positiva, sin embargo es importante anotar las múltiples representaciones que los estudiantes pueden establecer para darle respuesta a una situación.

Y finalmente, en el último ejercicio fue mucho más sencillo recurrir al "tachar" como fue llamado por ellas.

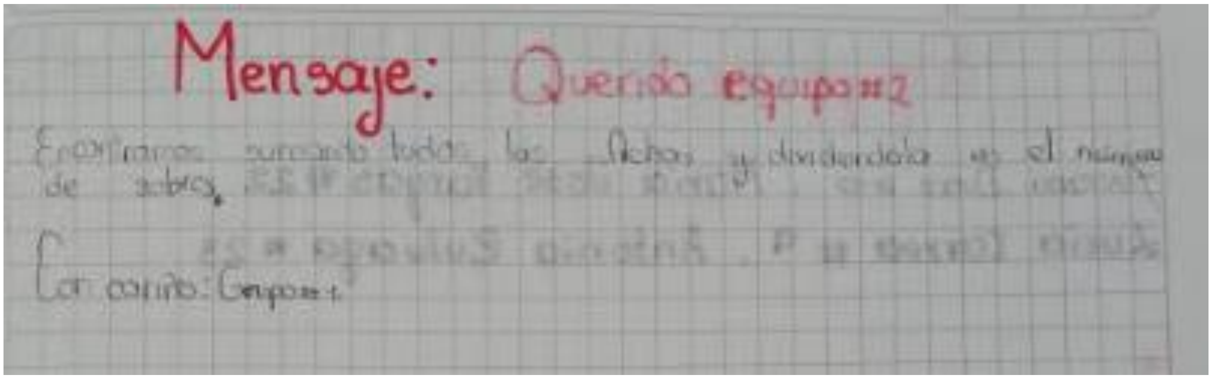
Para concluir esta tarea, se plantea un correo informativo. Cada grupo deberá escribirle a otro cómo fue que encontraron cada una de las respuestas, es decir, el proceso utilizado:

Figura 28 Comunicación 1



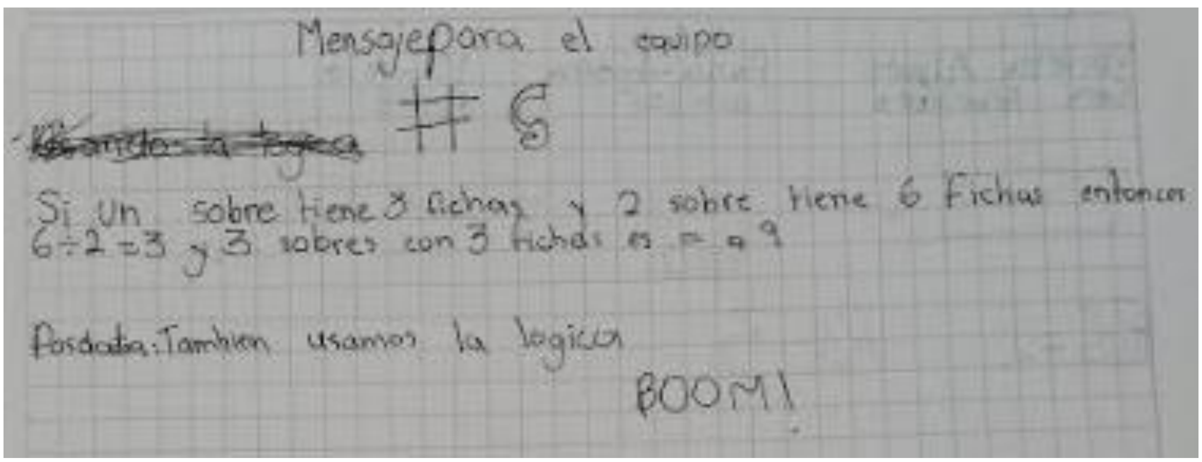
Este quipo se centró en borrar sobres o fichas, tachando en cada uno de los lados, para encontrar la respuesta.

Figura 29 Comunicación 2



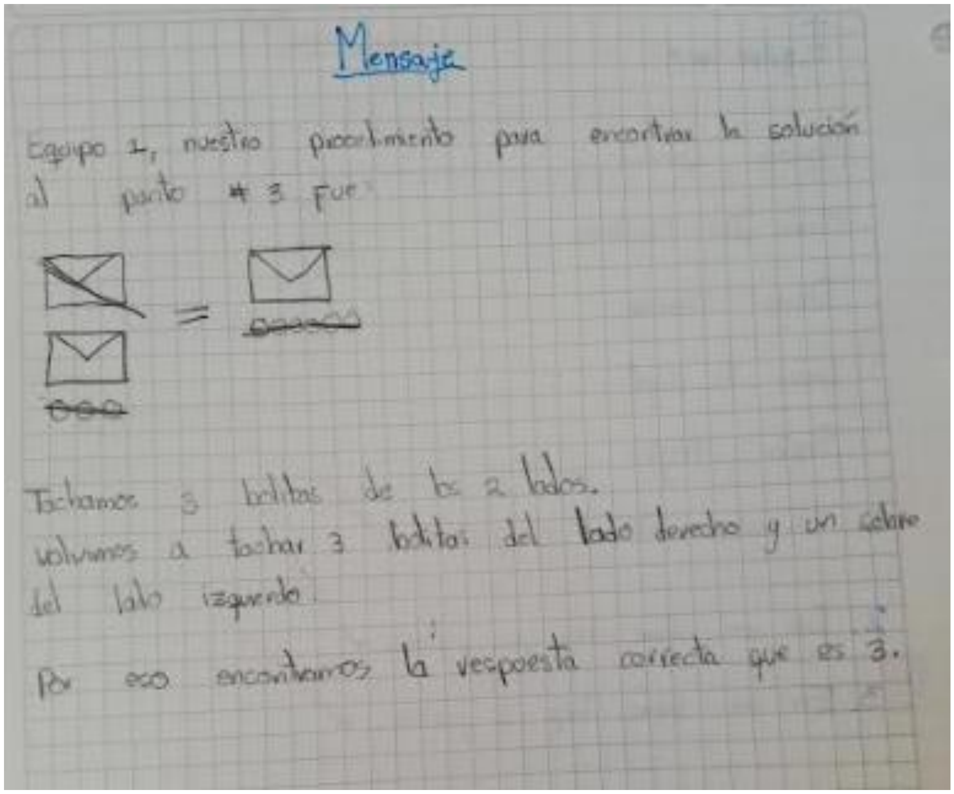
Este equipo encontró en la suma y en la división la estrategia más eficaz para explicar la forma en la que realizaron su guía.

Figura 30 Comunicación 3



Este mensaje fue un poco más confuso, ellas tomaron los datos del problema y comenzaron a realizar la operativa, pero no le explicaron al otro equipo el camino para la solución.

Figura 31 Comunicación 4



Este mensaje fue un poco más elaborado puesto que aparte de explicar las estudiantes lograron ejemplificar lo que quería decir, como un proceso comunicativo más perfeccionado.

Ahora bien, a partir de las observaciones expuestas con anterioridad, se rescatan los siguientes referentes:

Tabla 11 Análisis de la Situación de los sobres

	- En esta actividad los procesos de generalización fueron representados en un mayor grado desde la escritura como tal. Se hizo evidente la generalización factual y contextual debido a la dinámica misma de la tarea. - Según (Mesa, y otros, 2006) la generalización puede darse de dos tipos: Desde lo particular a lo general y viceversa. Ante esta tarea fue necesario utilizar todas las herramientas que tenían de sus

Generalización	conocimientos previos para poder establecer un patrón de solución (De lo particular a lo general). Las estudiantes lograron ante una situación poder establecer esquemas generales. - Dado el esquema propuesto en el referente conceptual por la autora; en esta tarea se quiere resaltar las formas de lenguaje natural que subyacen, tales como: la descripción, la explicación, la argumentación y la justificación, esto es posible gracias al trabajo en equipo y al juego del correo informativo.
Razonamiento	- Es de vital importancia la discusión de las ideas matemáticas, puesto que allí, nacen conclusiones generales de cualquier tipo de situación. Ante esta tarea las estudiantes lograron proponer conjeturas de soluciones de la misma y a su vez formularon hipótesis de su realidad. Éste en un componente de la concepción de razonamiento propuesto en este Trabajo Final de Maestría.

Otros Conceptos que subyacen de la tarea de los sobres son:

Tabla 12 Conceptos claves

	- En este ítem cabe resaltar que la aritmética conocida hasta el momento por las niñas posibilitó establecer esquemas generales más profundos relacionados con tareas de su cotidianidad. Con esta tarea se puede observar una aritmética generalizada que abre las puertas para el razonamiento algebraico. Esto se hace

Aritmética	evidente cuando las estudiantes comprenden un lenguaje natural dispuesto en unos sobres con fichas para luego utilizar la "incógnita" que sustituye algunos elementos de la situación. - Según Godino y Font la variable como incógnita es entendida como: "Cuando se usan para representar números (u otros objetos) uno de cuyos valores posibles hace verdadera una expresión. La incógnita interviene como un objeto matemático desconocido que se manipula como si fuera conocido." (pág. 786)
Balanza- Equivalencias	- El material de las balanzas favorece una comprensión del concepto de equivalencia desde lo experiencial. Al enseñarse la temática de las ecuaciones en este grado se realiza una motivación con esta herramienta. También posibilita un entendimiento de la propiedad uniforme. - Según Rojano (2010) la balanza en su recurso de modelación clásico para la enseñanza de las ecuaciones, en la cual se recurre a la metáfora de la preservación del equilibrio.

3.2 Conclusiones y Recomendaciones

3.2.1 Conclusiones

Para determinar el impacto de esta propuesta de intervención en las estudiantes, se analizaron las transformaciones observadas a nivel de comportamiento, el desempeño académico durante esta intervención y la aplicabilidad de conceptos al resolver las diferentes situaciones.

Impacto de la intervención a nivel comportamental:

- El trabajo en equipo posibilitó una mayor unión en la generación, puesto que en algunos momentos las estudiantes quedaban tan intrigadas que me buscaban en los descansos para aclarar dudas y no precisamente era con su grupo de amigas sino con el grupo de trabajo.
- En su mayoría, todas las estudiantes aportaban para dar solución a los interrogantes de la clase. Posibilitó a las más temerosas por participar y lograr expresar sus ideas. Esta dinámica de la clase enriqueció el trabajo cooperativo propuesto por la educación personalizada y el aprendizaje basado en problemas.
- Cada una de las estudiantes conocía su rol y al entrar al salón sabía inmediatamente donde debía ubicarse, por lo que favoreció el fortalecimiento de la autonomía, toma de decisiones y respeto por el otro.

Impacto de la intervención a nivel académico:

- Se logró el objetivo propuesto en este Trabajo Final de Maestría el cual se centraba en un fortalecimiento del pensamiento variacional en los estudiantes del grado cuarto del Colegio de la Compañía de María- La Enseñanza, puesto que por medio de las tareas realizadas se evidenció que las estudiantes si son capaces de llegar a generalizaciones más formales que aunque no son el objetivo en este periodo escolar logra establecer bases que posteriormente potencien la construcción de nuevos contenidos.

- Específicamente los procesos de generalización y de razonamiento si permitieron el fortalecimiento de este pensamiento. Las tareas diseñadas abordaron cada uno de estos componentes de forma sutil que, al momento de ser reflejados en las repuestas dadas por las estudiantes demostraban su efectividad.
- Mostrar la posibilidad de crear relaciones entre la generalización y la resolución de problemas posibilitó cambiar la mirada en cuanto al uso de la matemática en su cotidianidad.
- La tarea de los saludos, permitió evidenciar una relación entre la geometría, la matemática y problemas de mi entorno. Por lo que, el diseño de actividades que relacionen varios de los cinco pensamientos posibilita la construcción de un pensamiento matemática más holístico
- Estas tareas permitieron fortalecer los tres procesos que se tenían como objetivo, tales como: razonamiento, resolución de problemas y la comunicación, Las actividades que hacían parte de cada tarea tendía a la resolución pues se identificaron diferentes formas de dar solución a un problema, se llegó a un razonamiento por la comprensión y la forma de hacer lazos con otros pensamientos y la comunicación fue parte vital en este trabajo.

Tabla 13 Habilidades en las estudiantes

Razonamiento	- Ambas tareas promovieron este proceso como pieza vital en cualquier actividad matemática, Para su fortalecimiento se requiere de la adquisición de habilidades de comunicación, argumentación y de proposición las cuales eran base sólida en la ejecución de las tareas.
	- Sin lugar a duda la capacidad para plantear y resolver problemas debe ser una de las

Resolución de problemas	prioridades en el currículo de matemáticas. Estas tareas permitieron que las estudiantes propusieran los caminos de solución de los problemas presentados.
Comunicación	- Este proceso fue el eje transversal en la ejecución de las tareas diseñadas. Todas las conclusiones y conjeturas que se generaron atravesó un proceso comunicativo escrito y oral.

- Desde el diseño de cada plan del grado se presentará una metodología diferente la cual atraiga a muchas estudiantes al aprendizaje de las matemáticas.
- Se logró evidenciar que las estudiantes si pueden establecer una generalización de una situación en específico, que aunque en su mayoría fueron factuales y contextuales, por el poder de las representaciones corporales, argumentativas y de comunicación, si es posible establecer generalizaciones simbólicas en primaria, en específico el grado cuarto.
- El esquema propuesto en este Trabajo Final de Maestría sobre los momentos que fortalecen el pensamiento variacional en primaria se puede decir que, es cumplido en su totalidad. Pues se evidencian los conceptos claves de primaria en el que se reconocen los conocimientos previos que las niñas tenían. Posteriormente se presentan dos temáticas: la variación y la aritmética, resaltando que son situaciones que las estudiantes logran identificar con facilidad expresando sus conjeturas bajo las diferentes maneras de generalización expuestas en este Trabajo. Finalmente, lograr el fortalecimiento de los procesos como el razonamiento, la comunicación y la resolución.

Análisis de las posturas frente a la solución de situaciones:

- En definitiva cambiar la metodología posibilita una mirada diferente de la enseñanza de la matemática. Nuestras estudiantes se convierten en nuestra imagen, por eso al iniciar con las tareas costó tanto romper el hielo; las estudiantes preguntaban constantemente por qué se está haciendo eso. Se extrañaban ante las dinámicas programadas. Según Rojas & Vergel (2013) el maestro debe ser el responsable de cambiar las prácticas y momentos que conforman el aula. Es decir, debe ser capaz de establecer conexiones numéricas y contextuales (De su entorno) en la formación del pensamiento matemático de los estudiantes, al igual que de esquemas asociados al pensamiento algebraico.

  Bajo la misma línea Kaput (2000) también hace énfasis en que el maestro es el responsable de construir oportunidades de razonamiento algebraico. Es pues, como es necesario cambiar la mirada y abrir nuevas puertas metodológicas.
- El diálogo constante y la comunicación de un grupo con otro, posibilitó creer en las diferentes formas para dar respuesta a un problema, puesto que todo depende de la mirada de quien lo resuelve.
- El trabajo en equipo como forma de enseñanza y de aprendizaje se logró evidenciar en cada una de las actividades puesto que logró tejer relaciones entre ellas, construir conclusiones en conjunto y hoy 2019 les preguntó sobre esta actividad y rescatan que fue una matemática divertida, de las clases que no olvidaría.

3.2.2 Recomendaciones

- En el momento de preparar las clases, es importante establecer un motivo que cree interés e intriga por parte de los estudiantes y de esta manera engancharlos en todas las dinámicas de la clase.
- Crear tareas las cuales se realicen en grupos. Potencian los procesos generales.
- La existencia de la relación de los distintos pensamientos en matemáticas los cuales se hagan evidentes en todas las actividades de clase.

- El cambio en la metodología es necesario, es importante que el maestro varíe sus clases e innove con diferentes estrategias metodológicas las cuales posibiliten el aprendizaje de los estudiantes, ya que no es misterio decir que no todos aprendemos de la misma manera.
- Le metodología de aprendizaje basado en problemas posibilitó la solución de situaciones de la vida real a partir del desarrollo de actitudes y de apropiación de conocimiento matemático.
- El pensamiento variacional debe ser abordado en la educación básica primaria a partir de los tres componentes expuestos con anterioridad, tales como: la generalización, el razonamiento y el descubrimiento de los patrones y regularidades.

Referencias

Benjumea, P., Gallego, D., Miranda, N., Montoya, N., & Ocampo, A. (2007). *El Desarrollo del Pensamiento Variacional y la Formulación de Problemas en los grados 2, 3, 4 y 9 de la Educación Básica.* Medellín.

Carreño, H., & Infante, L. (2018). *La Generalización: Una ruta hacia el desarrollo del pensamiento variacional.* Santiago de Cali.

ceballos, M. T. (2010). Modelación concreta en álgebra: balanza virtual, ecuaciones y sistemas. *NÚMEROS- Revista Didáctica de las Matemáticas, 75*, 5-20.

D´Amore, B. (2017). XXI Congreso Colombiano de Matemáticas. *Investigar en Educación Matemática: Una responsabilidad de los matemáticos*, (pág. 51). Bogotá.

epm. (s.f.). *epm.* Recuperado el 10 de Marzo de 2018, de epm: https://www.epm.com.co/site/clientes_usuarios/clientes-y-usuarios/hogares-y-personas/agua/tips-para-el-uso-inteligente

Farias, M., Obilinovic, K., & Orrego, R. (2010). Modelos de Aprendizaje multimodal y enseñanza aprendizaje en lenguas extranjeras. *Revista de Ciencias de la Educación*, 55-74.

Garcia, J. M. (1976). *Educación Personalizada ¿Utopía o realidad?* España: Ediciones Paulinas.

Godino, J. D. (2013). *Diseño y análisis de tareas para el desarrollo del conocimiento.*

Godino, J., & Font, V. (2003). Razonamiento algebraico y didáctica para maestros. En J. Godino, *Didáctica de las Matemáticas para Maestros* (págs. 1-456). España.

Godino, J., & Font, V. (2004). VII Razonamiento Algebraico. En D. d. Matemática, *Didáctica de las Matemáticas Para Maestros* (págs. 441-456). Granada.

Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2003). *Fundamento de la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas para Maestros.*

Herrera, E. B. (2002). La docencia a través de la Investigación Acción. *Revista Iberoaméricana de Educación*.

ICFES. (2017). *Resultados en cada una de las áreas.* Recuperado del sitio Web: https://www.mineducacion.gov.co/1621/article-107411.html.

Kaput, J. (2000). Transforming Algebra from an Engine of Inequity to an Engine of Mathematical Power by "Algebrafying" the K-12 Curriculum. *National Science Foundation, Arlington, VA.; Office of Educational Research and Improvement (ED), Washington, DC.*, 2-21.

Kieran, C. (2016). Seeking, Using, and Expressing Structure in Numbers and Numerical Operations:A Fundamental Path to Developing Early Algebraic Thinking. *ICME 13*.

Kieran, C., Pang, J., Schifter, D., & Ng, S. F. (2016). *Early Algebra.* Alemania.

Martínez, I. G., & Mendéz, M. d. (s.f.). *Efectos de la Utilización de ambientes de aprendizaje y la construcción de micromundos en el desarrollo del pensamiento lógico.* Bogotá.

Mason, J. (2016). How Early Is Too Early for Thinking Algebraically? *ICME*.

MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares en Matemáticas.* Bogotá.

MEN. (2006). *Estándares Básicos en Competencias Matemáticas.*

MEN. (2006). *Estándares Básicos en Educación Matemáitca.* Bogotá.

MEN, & ASOCOLME. (2014). *CIUDADANOS MATEMÁTICAS COMPETENTES.* BOGOTÁ.

Mesa, O. F., Gutierrez, J. M., Jaramillo, C. M., Posada, O. M., Múnera, J. J., Obando, G. d., y otros. (2006). *Pensamiento Variacional y Razonamiento Algebraico.* Medellín.

Molina, M. (2005). La integración de pesamiento algebriaco en la educación primaria. En M. Molina, *La integración del pensamiento algebraico en la educación primaria* (págs. 43-69). Granada.

Noreda, L. F., Marín, J. C., Carvajal, M. L., Medina, C. P., & Hoyos, J. R. (2010). Las situaciones de variación y cambio como herramienta para potenciar el desarrollo del pensamiento matemático desde los primero grados de escolaridad. *Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*.

Obando, G., & Múnera, J. J. (2003). Las situaciones problema como estartegia para la conceptualización matemática. *Educación y Pedagogía*, 185.

Pereira, N. (1976). *Educación Personalizada un Proyecto Pedagógico en Pierre Faure.* España: Narcea.

Ponte, J. P. (2010). Explorar e investigar em Matemáticas: Uma actividade fundamental no ensino e na aprendizagen. *Revista Iberoamericana de educación matemática*, 13-30.

Posada, F., & otros. (2006). *Módulo 2 Pensamiento Variacional y Razonamiento algebraico.* Antioquia.

Posada, F., Obando, G., & Múnera, J. (2006). El Razonamiento Algebraico como aitmética generalizada. En F. Posada, & Otros, *Módulo 2: Pensamiento Variacional y Razonamiento Algebraico* (págs. 31-53). Medellín.

Pulgarín, J. A. (2015). *Generalización de patrones geométricos. Proyecto de aula para desarrollar el pensamiento variacional en estudiantes de 9-12 años.* Medellín.

Pulido, M. V., & Amaya, L. M. (s.f.). *Diseño e implementación de algunos ambientes de aprendizaje para favorecer el pensamiento crítico desde las matemáticas en población vulnerable.* Bogotá.

Radford, L. (2016). The Emergence of Symbolic Algebraic Thinking in Primary School. *ICME 13*.

Radford, L. (2018). *The Emergence of Symbolic Algebraic Thinking in Primary School.*

Restrepo, B. (2004). La investigación-acción educativa y la construcción de saber pedagógico. *Redalyc*, 45-55.

Restrepo, B. (2008). Aprendizaje Basado en Probemas (ABP). *Educación y Educadores*.

Rivera, E., & Sanchez, L. (2012). *DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN LA EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA: GENERALIZACIÓN DE PATRONES NUMÉRICOS.* Cali.

Robayna, M. M., Mochín, M. C., Medina, M. M., & Dominguez, J. H. (1996). *Iniciación alalgebra.* Madrid: Síntesis.

Rojas, P. J., & Vergel, R. (2013). Procesos de Generalización y Pensamiento Algebraico. *Educación Científica y tecnología*, 760-766.

Rojas, P., & Vergel, R. (2018). *Iniciación al álgebra y pensamiento algebraico temprano.*

Rosario, Q., & Carlos, C. (2002). Introducción a la metodología de investigación cualitativa. *Revista de Psicodidáctica*, 5-39.

Sampieri, C. F. (2006). *Metodología de la Investigación.* México: MacGraw.

Socas, M. M. (2014). Dificultades en la resolución de problemas de Matemáticas de. En J. A.-P.-C. J. L. González, *Investigaciones en Pensamiento* (págs. 145-154). Málaga: Departamento de Didáctica de las Matemáticas, de las Ciencias Sociales y de las Ciencias Experimentales y SEIEM.

Vasco, C. (2002). El pensamiento variacional, la modelacion y las nuevas tecnologías. MEN. Bogotá.

Vasco, C. E. (2010). *El pensamiento variacional y la modelación matemática.* Manizales.

Vergel, R. (2014). *Formas de pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto y quinto grados de Educación Básica Primaria (9-10 años).* Bogotá.

Vergel, R. (2014). *Formas de Pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto y quinto grados en educación básica primaria (9-10 años).* Bogotá.

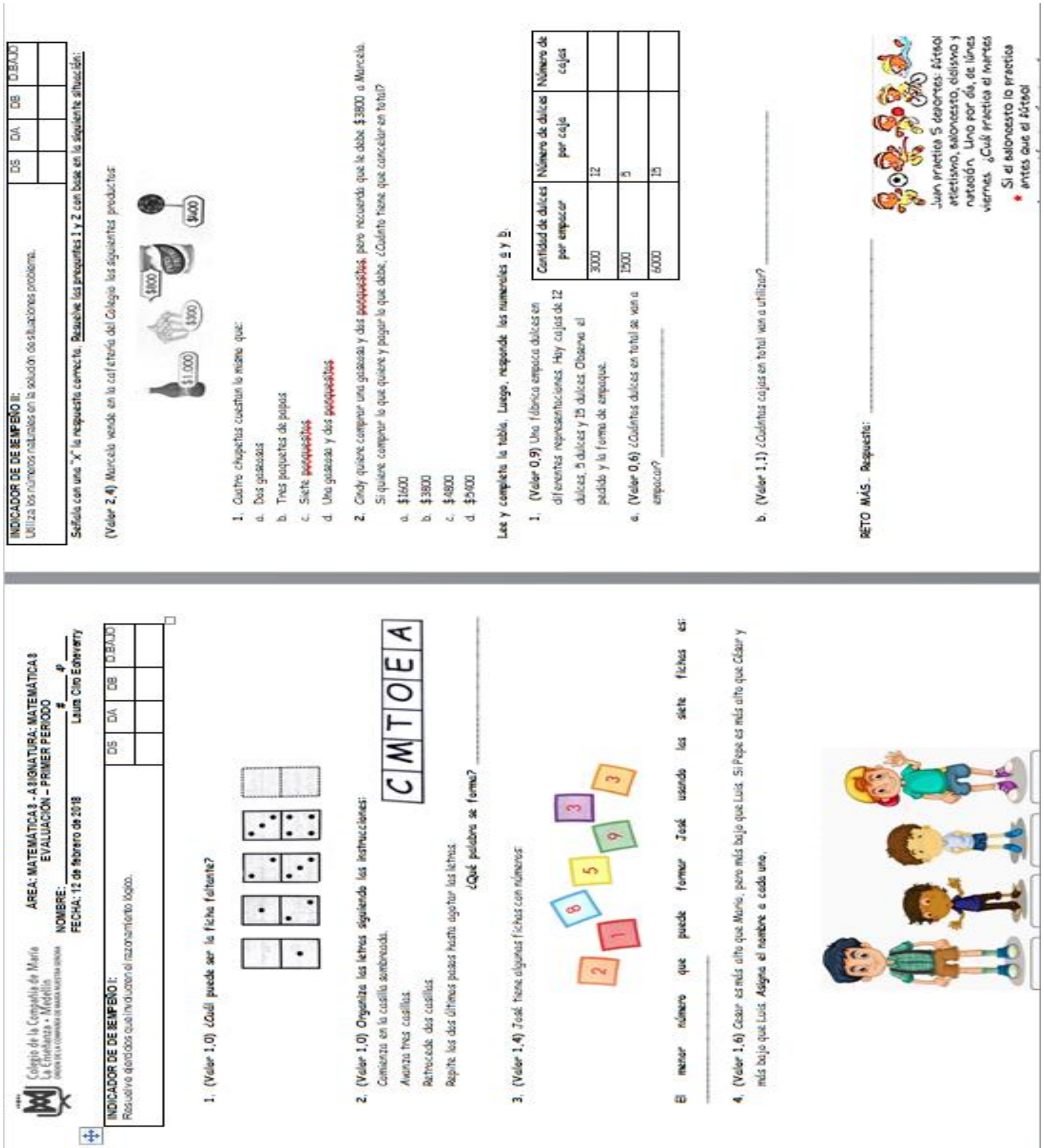
Vergel, R. (2015). Generalización de Patrones y Formas de Pensamiento temprano. *PNA*, 193-215.

Watson, A., & Mason, J. (2007). *Taken-as-shared: a review of common assumptions about.*

Weinberg, L. (2014). Ensayo y Humanismo. *Revista Co-herencia*, 59-76.

Anexo

A. Anexo 1. Evaluación Diaria 1



Colegio de la Compañía de María La Enseñanza - Medellín

ÁREA: MATEMÁTICAS - ASIGNATURA: MATEMÁTICAS
EVALUACIÓN – PRIMER PERIODO

NOMBRE: ______________ #____ 4º ____

FECHA: 12 de febrero de 2018 Laura Ciro Echeverry

INDICADOR DE DESEMPEÑO I: Resuelve ejercicios que involucran el razonamiento lógico.	DS	DA	DB	D.BAJO

1. (Valor 1,0) ¿Cuál puede ser la ficha faltante?

2. (Valor 1,0) Organiza las letras siguiendo las instrucciones:
Comienza en la casilla sombreada.
Avanza tres casillas.
Retrocede dos casillas.
Repite los dos últimos pasos hasta agotar las letras.

C	M	T	O	E	A

¿Qué palabra se forma? ______________

3. (Valor 1,4) José tiene algunas fichas con números:

2 1 8 5 9 3 3

El menor número que puede formar José usando las siete fichas es: ______________

4. (Valor 1,6) Cesar es más alto que Mario, pero más bajo que Luis. Si Pepe es más alto que César y más bajo que Luis. Asigna el nombre a cada uno.

INDICADOR DE DESEMPEÑO II: Utiliza los números naturales en la solución de situaciones problema.	DS	DA	DB	D.BAJO

Señala con una "X" la respuesta correcta. Resuelve las preguntas 1 y 2 con base en la siguiente situación:

(Valor 2,4) Marcela vende en la cafetería del Colegio los siguientes productos:

$1.000 $300 $800 $400

1. Cuatro chupetas cuestan lo mismo que:
a. Dos gaseosas
b. Tres paquetes de papas
c. Siete ponquesitos
d. Una gaseosa y dos ponquesitos

2. Cindy quiere comprar una gaseosa y dos ponquesitos, pero recuerda que le debe $3800 a Marcela. Si quiere comprar lo que quiere y pagar lo que debe, ¿Cuánto tiene que cancelar en total?
a. $1600
b. $3800
c. $4800
d. $5400

Lee y completa la tabla. Luego, responde los numerales a y b.

1. (Valor 0,9) Una fábrica empaca dulces en diferentes representaciones. Hay cajas de 12 dulces, 5 dulces y 15 dulces. Observa el pedido y la forma de empaque.

Cantidad de dulces por empacar	Número de dulces por caja	Número de cajas
3000	12	
1500	5	
6000	15	

a. (Valor 0,6) ¿Cuántos dulces en total se van a empacar? ______________

b. (Valor 1,1) ¿Cuántas cajas en total van a utilizar? ______________

RETO MÁS. Respuesta: ______________

Juan practica 5 deportes: fútbol atletismo, baloncesto, ciclismo y natación. Uno por día, de lúnes viernes. ¿Cuál practica el martes

* Si el baloncesto lo practica antes que el fútbol

B. Anexo 2. Evaluación Diaria 2

Colegio de la Compañía de María
La Enseñanza • Medellín
ORDEN DE LA COMPAÑÍA DE MARÍA NUESTRA SEÑORA

ÁREA: MATEMÁTICAS - ASIGNATURA: MATEMÁTICAS
EVALUACIÓN – PRIMER PERIODO

NOMBRE: ______________________________ #____ 4° ____
FECHA: 2 de marzo de 2018 Laura Ciro Echeverry

INDICADOR DE DESEMPEÑO I: Reconoce los elementos del sistema de numeración decimal.	DS	DA	DB	D.BAJO

Para la solución de los ejercicios es necesario que dejes indicados los procesos.

1. **(Valor 0,9)** Fabio compró un carro en el concesionario *Mi Carro* Ltda., que le costó $26.560.800 y va a pagarlo con un cheque. **Completa la información en el cheque.**

Banco General	**Fecha:**
Páguese a la orden de:	
La cantidad de: (En letras)	

2. **(Valor 2,2)** En un concurso, los participantes juegan por un premio mayor de 200 millones de pesos. El juego comienza con un 2 en la posición de las unidades y cada vez que el concursante responde de manera correcta una pregunta, el 2 se corre un lugar a la izquierda, a la siguiente casilla, y aparece un cero a su derecha. Si la respuesta no es correcta, el 2 no se mueve, el juego termina y el premio es la cantidad de dinero indicada en el tablero.

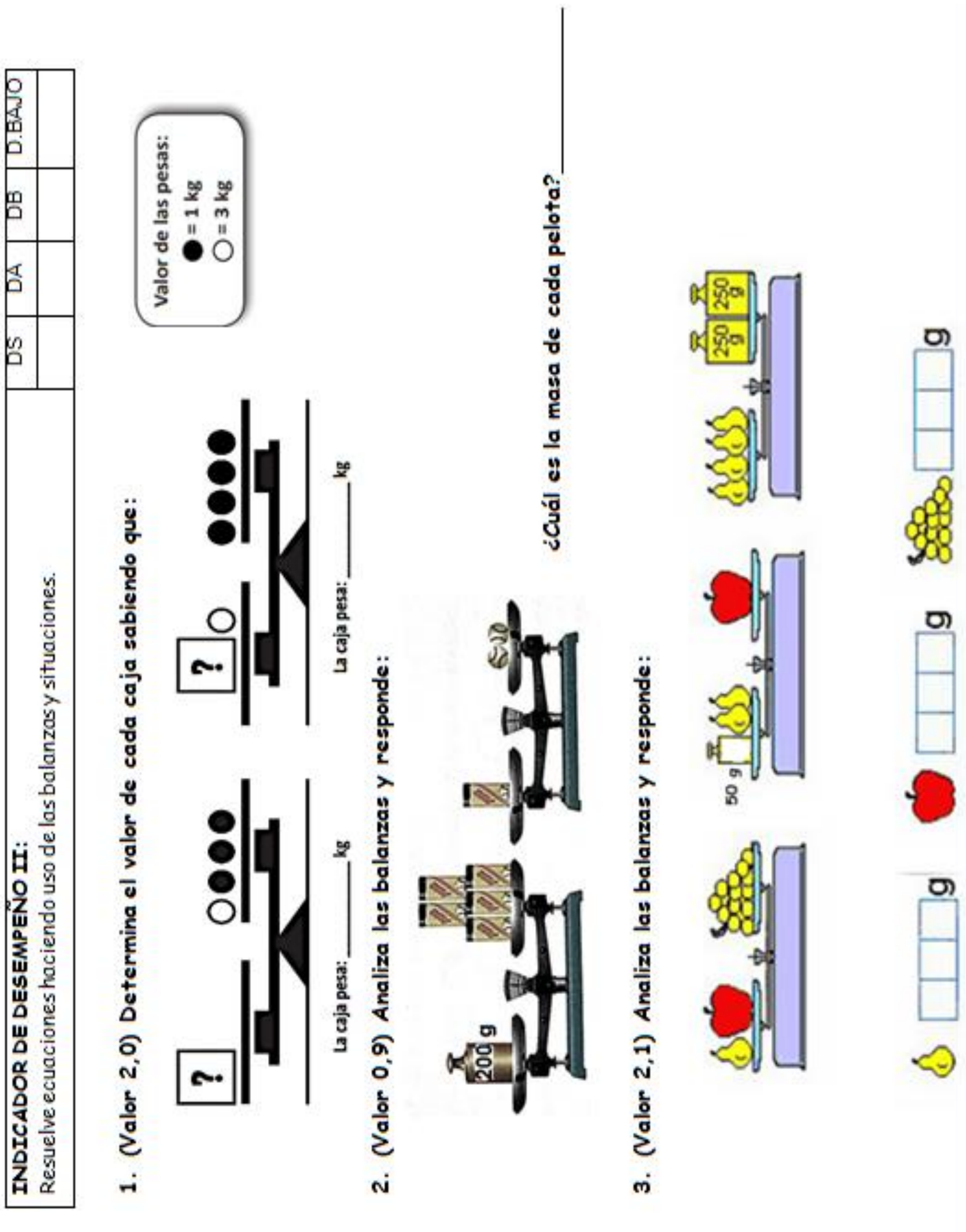
$									2

a. ¿Cuántas preguntas correctas hay que responder para ganarse el premio mayor? ______

b. ¿Cuánto gana un concursante que responda seis preguntas correctas? _____

3. **(Valor 1,9)** Ramiro está cuidando un rebaño de ovejas. Se puso a contarlas, pero como siempre se le olvidaba en qué número iba y tenía que volver a empezar, decidió que cada vez que llegara a 5 ovejas, guardaría en su mochila una pequeña piedra y así solo tendría que recordar un número del 1 a 4. Cuando contó las últimas 3, tenía en su bolsillo 26 piedras. ¿Cuántas ovejas había en el rebaño?
Respuesta: ____

c. Anexo 3. Evaluación Diaria 3



INDICADOR DE DESEMPEÑO II:	DS	DA	DB	D.BAJO
Resuelve ecuaciones haciendo uso de las balanzas y situaciones.				

1. (Valor 2,0) Determina el valor de cada caja sabiendo que:

Valor de las pesas:
● = 1 kg
○ = 3 kg

La caja pesa: ______ kg

La caja pesa: ______ kg

2. (Valor 0,9) Analiza las balanzas y responde:

¿Cuál es la masa de cada pelota? ______

3. (Valor 2,1) Analiza las balanzas y responde:

D. Anexo 4. Evaluación Diaria 4

Colegio de la Compañía de María
La Enseñanza • Medellín
ORDEN DE LA COMPAÑÍA DE MARÍA NUESTRA SEÑORA

ÁREA: MATEMÁTICAS - ASIGNATURA: MATEMÁTICAS
EVALUACIÓN – TERCER PERIODO
NOMBRE: ______________________ # ____ 4° ____
FECHA: 6 de agosto de 2018 PROFESORA: Laura Ciro Echeverry

INDICADOR DE DESEMPEÑO I: Relaciona el lenguaje verbal con el lenguaje matemático.	DS	DA	DB	D.BAJO

1. (Valor 3.0) Al salon de matematicas llego una cantidad de pupitres desconocida, la profesora Laura documentó lo que ha pasado durante los últimos días. Relaciona cada enunciado con su correspondiente "lenguaje matemático" y une ambos puntos con una segmento, la cual atravesará una silaba. Escribe esa silaba en orden y descubrirás un mensaje.

A) Cantidad de pupitres recibida por la profesora esta semana. • • $\frac{X}{2}$

B) A la cantidad de pupitres recibida se añaden 5 más del salón del lado. • • $3 \cdot X$

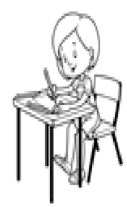
C) La semana pasada se arreglaron la mitad de los pupitres de esta semana. • • $\frac{X}{2} - 10$

D) La próxima semana se recibirá el triple de pupitres de esta semana. • • $\frac{X}{2} + 10$

E) Al caso © le quitan 10 pupitres • • $\frac{X}{3}$

• X

• $X + 5$



2. (Valor 2,0) Completa la tabla con el lenguaje verbal o la representación matemática que corresponda.

Lenguaje Verbal	Lenguaje matemático
	$x + 17$

INDICADOR DE DESEMPEÑO II: Resuelve ejercicios y situaciones problema haciendo uso del planteamiento de ecuaciones.	DS	DA	DB	D.BAJO

1. (Valor 2,0) Resuelve las siguientes ecuaciones aplicando la propiedad uniforme:

a) $X - 15 = 17$	b) $3 \cdot X + 8 = 20$

2. (Valor 2,0) Plantea y resuelve los siguientes enunciados:

a. El doble de un numero disminuido en dos es igual veintiocho.	b. El producto entre cinco y un numero es cuarenta.

3. (Valor 1,0) Revisa la siguiente expresión:

$7 + m = 16$ ¿Encuentras algún error? SI____ NO____

$7 + 7 + m = 16 + 7$ Justificación:

$m = 23$

RETO MÁS...ENCIERRA EN UN CÍRCULO EL GATITO QUE RECIBIRÁ ANTES SU LECHE.

E. Anexo. Tarea

Colegio de la Compañía de María
La Enseñanza • Medellín
ORDEN DE LA COMPAÑÍA DE MARÍA NUESTRA SEÑORA

ÁREA: Matemáticas- ASIGNATURA: Matemáticas 4°

Nombres: ________________________________#___4___

____

En una fiesta se encontraron un total de 36 niños y todos se saludaron mutuamente estrechándose la mano. ¿Cuántos saludos (apretones de mano) hubo en total?

1. ¿Si el encuentro fuera de dos niños, cuántos saludos (apretones de mano) surgirían?

2. ¿Para el caso de 3 niños, cuántos saludos surgen?

3. Analice el total de saludos para un encuentro de 4 y 5 niños respectivamente. Represente la situación en cada caso.

4. Organice los datos en una tabla y encuentre todas las posibles conclusiones, de modo que pueda utilizarlas para calcular el total de saludos entre los 36 niños.

F. Anexo. Tarea

La Enseñanza - Medellín

Nombre: ____ 4° _____

NOS COMUNICAMOS…

Anteriormente, la única forma que existía para comunicarnos entre una persona u otra por las distancias que había entre ellas, era la carta, la cual contaba con un mensaje en su interior.
Con el tiempo, todo ha cambiado, el internet se convirtió en la alternativa más rápida y eficaz para enviar un mensaje.

La profesora Laura, quiere continuar enviando sobres, todos ellos iguales, pero por medio de un buzón, ayúdale a la profe a enviar todos sus sobres y descubre el mecanismo que utilizó. (En este momento por grupos, juegan con los sobres)

¡Estás preparada!

1. Al recibir los sobres de tú profesora, junto con las fichas, deberán encontrar, cuántas de esas se encuentran al interior de cada sobre.

- Conversa con tus compañeras de equipo, y escribe en el papel que te da la profesora, una explicación de su solución, para enviar en el buzón, el mensaje a otro grupo. (Tú explicación debe ser muy clara).

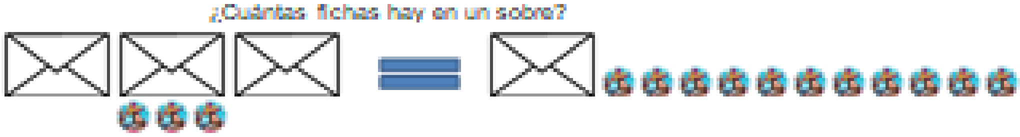
2. Propón una situación para otro equipo, de tal forma que le pueda dar solución a tú ejercicio, éste te lo deberá explicar y tú podrás verificar la información.

Ahora, estás preparada para recibir tú mensaje: (Trabajo individual)

¿Cuántas fichas hay en un sobre?

Justifica:

¿Cuántas fichas hay en un sobre?



Justifica:

¿Cuántas fichas hay en un sobre?

Justifica

G. Anexo. Permiso de Consentimiento del uso de la información de las estudiantes

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

CONSENTIMIENTO INFORMADO

PARTICIPACIÓN EN TRABAJO FINAL DE MAESTRÍA

Señor Padre de familia o acudiente,

El Colegio Compañía de María - La Enseñanza y la Universidad Nacional – Sede Medellín ha celebrado un convenio cuyo objetivo central radica en la intervención con fines de pedagógicos de la investigación en profundización llevada a cabo por una estudiante de Maestría.

En el marco del mencionado convenio, una estudiante de Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales adelanta su intervención con las estudiantes del grado cuarto de primaria. Su actividad implica un trabajo directo con las niñas de dichos grados, y el registro de información por diferentes medios: audio, video, fotografía, copias de los cuadernos de los estudiantes, entrevistas a estudiantes y profesores.

Por lo anterior, les solicitamos su colaboración y respaldo en este ejercicio, autorizando que la actividad académica de su hija sea registrado a través de fotografías, audio o video, fotocopias, entre otros medios digitales, con el fin de que pueda ser analizada posteriormente en el marco del trabajo final de Maestría, y que sirva de base para la posterior sistematización de la información.

Cabe aclarar que:

1. La participación en este proyecto del Colegio es voluntaria.
2. El Colegio se pueden retirar del proceso en cualquier momento sin que eso represente un perjuicio para ella o para su hija.
3. Los docentes no recibirán beneficio personal de ninguna clase por la participación en este proyecto.
4. Toda la información obtenida y los documentos preliminares serán archivados en papel y medio electrónico. El archivo se guardará en la Universidad Nacional bajo la responsabilidad del equipo de trabajo.
5. La información recolectada solo se utilizará para fines académicos, la presentación de informes a la Universidad Nacional, y para la elaboración de documentos académicos: trabajo de grado, artículos de divulgación, unidades didácticas, entre otros posibles.
6. En cualquier proceso de divulgación derivado de este proceso se protegerá la identidad personal de los participantes, de manera que no será posible identificar de manera personal los resultados presentados.
7. La información será tratada según las prácticas de privacidad, confidencialidad y ética, tomando como referencia las leyes vigentes de infancia y adolescencia.

Con base en las anteriores consideraciones, queremos pedir su autorización para registrar en fotografía, audio y video los procesos de aula en las que su hija participaría.

Su permiso permitirá contribuir al desarrollo de conocimientos y experiencias que cualificarán las prácticas educativas del Colegio y de los maestros en formación.

Finalmente, nos gustaría agradecer por permitir que su hija participe del proceso.

____

GILBERTO DE JESÚS OBANDO ZAPATA

Coordinador Prácticas Pedagógicas Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas

Facultad de Educación – Universidad de Antioquia

Asesor Trabajo Final de Maestría

LAURA CIRO ECHEVERRY

Docente de Matemáticas del Colegio Compañía de María

Estudiantes de Maestría- Universidad Nacional

✂ --

Soy padre o acudiente de ________________________________del grado ____________

He leído la información sobre este proyecto de Trabajo Final de Maestría, por lo que estoy de acuerdo con permitir que la actividad escolar de mi hija sea registrada por diferentes medios, y autorizo el uso de la información obtenida para los propósitos pedagógicos y de formación planteados en el apartado introductorio del presente consentimiento.

__________________________ Firma de consentimiento

__________________________ Parentesco

__________________ Nombre

______________________________ Teléfono

______________ Fecha

H. Anexo. Experiencia 2019

- Al pasar un año de trabajo, se contó con la oportunidad de trabajar de nuevo con las estudiantes, ahora se encuentran en el grado quinto. Aunque no fue una actividad pensada desde la planeación de este Trabajo Final de Maestría, se obtuvieron conclusiones que me motivan por compartirlas y poder evidenciar que lo vivido hace un año tuvo un impacto conceptual importante.
- La intención era establecer estrategias para que ellas lograran resolver problemas de razonamiento. Sorpresivamente, me demostraron que las tareas desarrolladas en el año pasado permitieron que ellas se enfrenten a estas situaciones de una forma más tranquila y analítica.

  A continuación se mostraran algunas de las preguntas trabajadas en la presentación de power point que se implementó. En un primer momento fueron abordadas de forma personal, luego en parejas y al final con todo el grupo.

Figura 32 Ejemplo de Pregunta

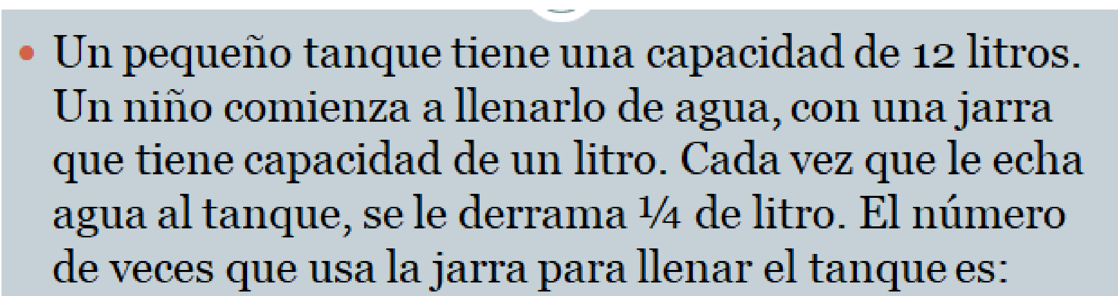


Figura 33 Ejemplo de Pregunta

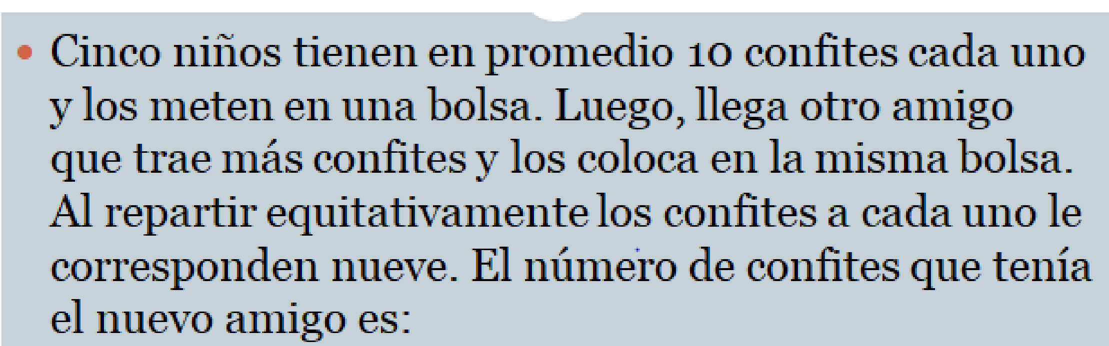


Figura 34 Ejemplo de Pregunta

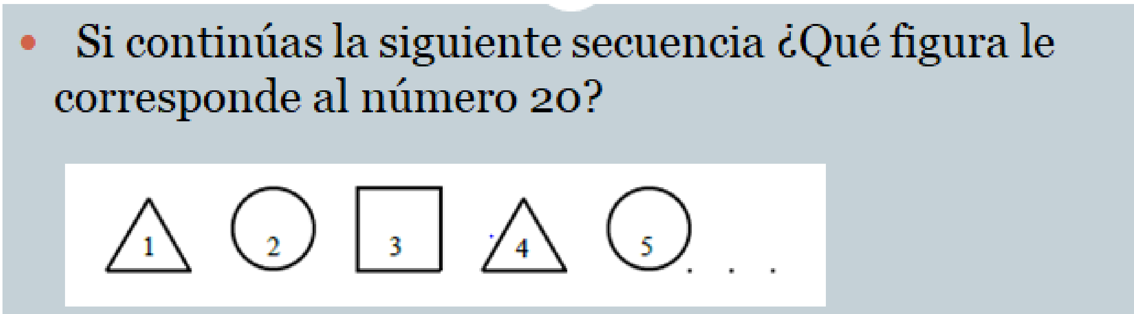
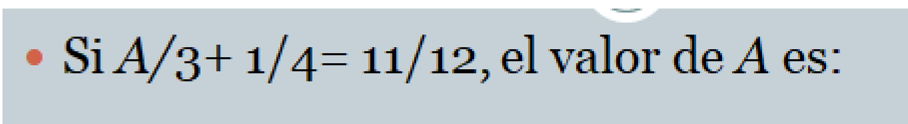
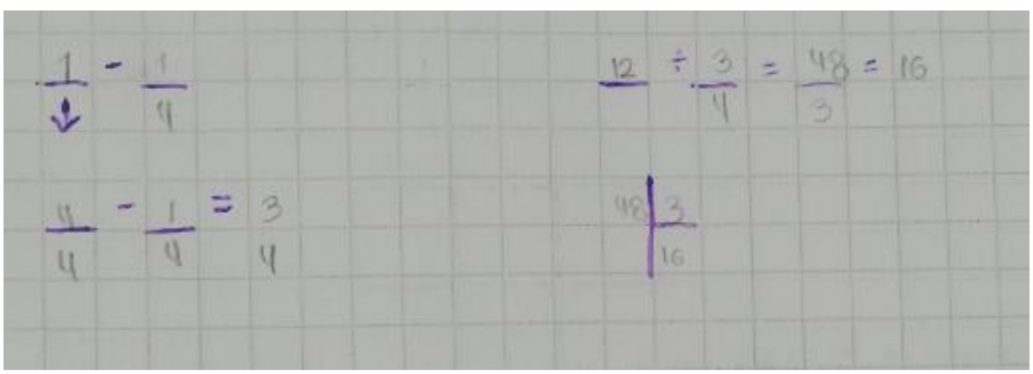


Figura 35 Ejemplo de Preguntas



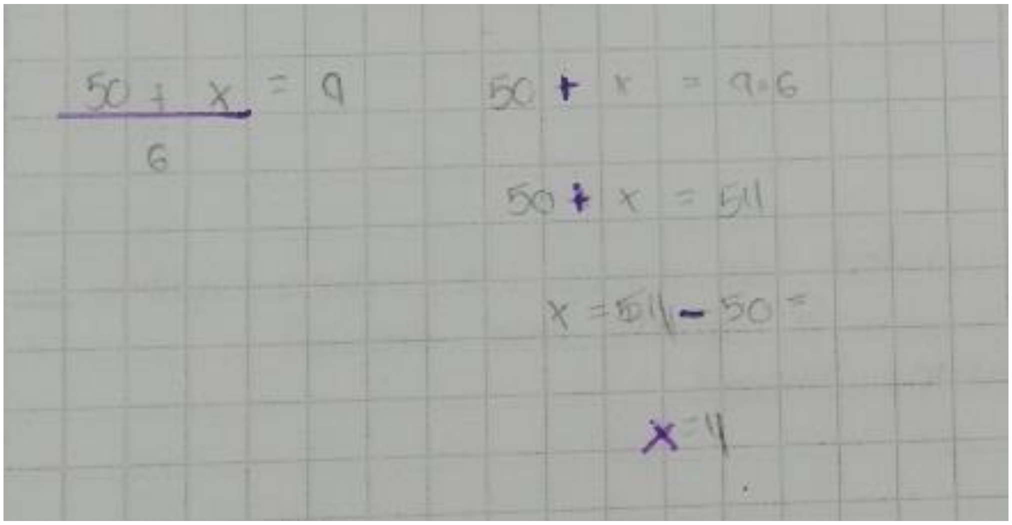
A continuación se muestran algunas de las respuestas dadas por las niñas:

Figura 36 Respuesta



Con esta respuesta, se evidencia una comprensión del problema, en donde demuestra la fracción como una unidad y las operaciones que puede realizar al respecto. Se evidencian procesos como la resolución, la relación de conceptos matemáticos y pensamientos y la ejercitación de problemas.

Figura 37 Respuesta



Para dar esta respuesta, la estudiante al inicio realizó un análisis, en donde verbalmente expresó que la respuesta tenía que ser cuatro ya que si 9*6=54 y 50 era lo que se llevaba por los niños, el resto tenía que ser cuatro. Posterior a ello, se le pide escribir en lenguaje matemático la situación y sorprendentemente lo realizó,

Ella recordó la actividad de los sobres propuesta el año pasado, el cuál le ayudó con el planteamiento de ecuaciones. Se rescatan en la solución de esta pregunta procesos como la comunicación, la resolución y modelación; además de lograr establecer generalizaciones y la adquisición de un razonamiento algebraico.